

NUMERIČKO IZRAČUNAVANJE POSMATRAČKIH PARAMETARA INFLACIJE

MILAN MILOŠEVIĆ

*Department za fiziku
Prirodno-matematički fakultet u Nišu*

*Prirodno-matematički fakultet
Novi Sad, 13. april 2018*

SADRŽAJ

- Standardni kosmološki model (SKM)
- Inflacija
 - Posmatrački parametri
- Neki „naši“ modeli
 - Tahionska inflacija
 - Randal-Sundrum modeli
 - Rezultati
- Zaključak

STANDARDNI KOSMOLOŠKI MODEL

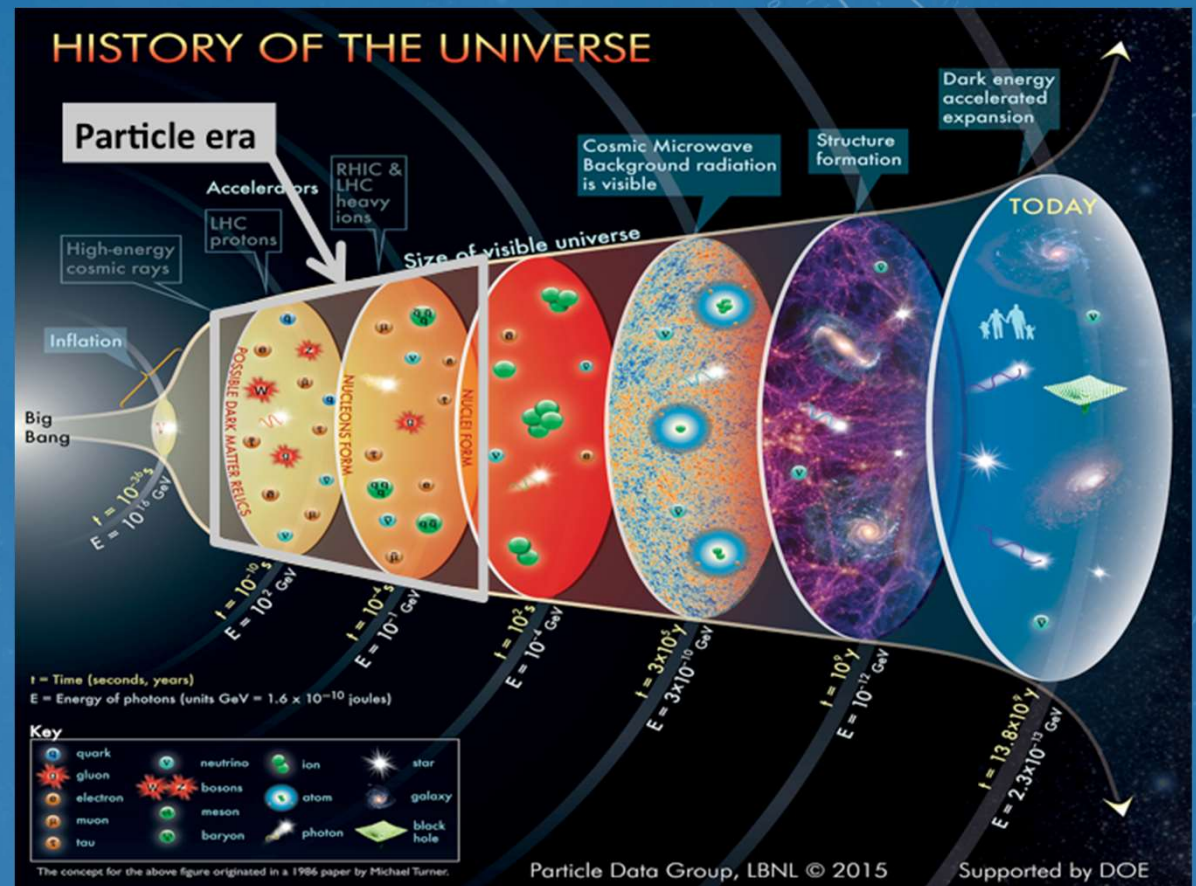


STANDARDNI KOSMOLOŠKI MODEL

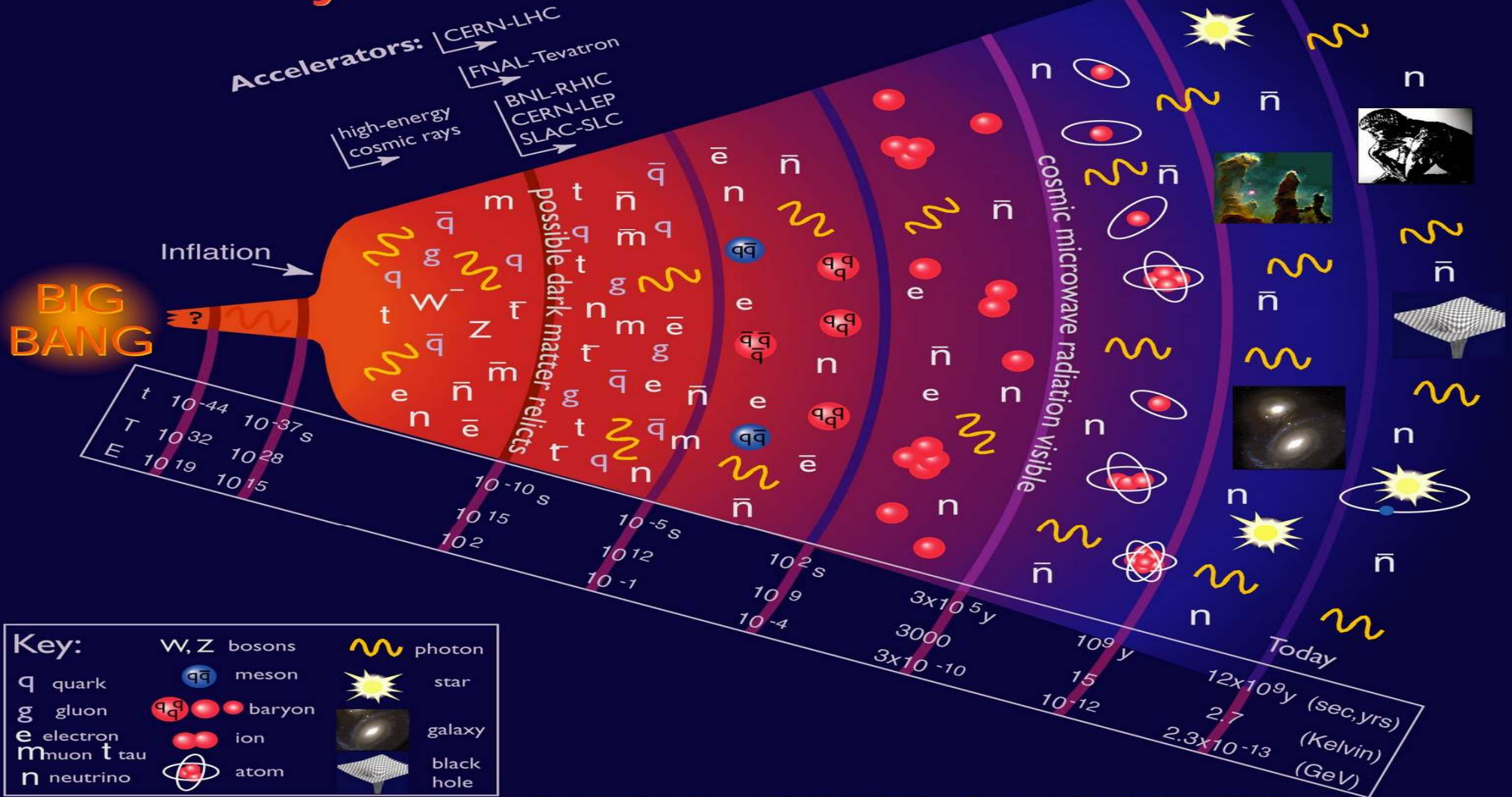
- Sredina XX veka – osnove SKM
 - 1915 – A. Ajnštajn (opšta teorija relativnosti)
 - 1922 – A. Fridman (rešenja Ajnštajnovih jednačina)
 - 1929 – E. Habl – posmatračka potvrda
 - 1946 - osnova modela: Ž. Lemetre (ideja), Dž. Gamov
 - 1965 – A. Penzias, R. Vilsnon – detekcija CMB

KRATKA ISTORIJA SVEMIRA

Period	Vreme	Energija
Plankova epoha	$< 10^{-43} s$	$10^{19} GeV$
Skala strune	$\gtrsim 10^{-35} s$	$\lesssim 10^{16} GeV$
Veliko ujedinjenje	$\sim 10^{-36} s$	$10^{16} GeV$
Inflacija	$\gtrsim 10^{-34} s$	$\lesssim 10^{16} GeV$
Narušavanje SUSY	$< 10^{-10} s$	$> 1TeV$
Bariogeneza	$< 10^{-10} s$	$> 1TeV$
Narušavanje elektro-slabе simetrije	$10^{-10} s$	$1TeV$
Kvark-hadronski prelaz	$10^{-4} s$	$10^2 MeV$
“Zamrzavanje“ nukleona	$0,01s$	$10MeV$
Dekuplovanje neutrina	$1s$	$1MeV$
Nukleosinteza	$3min$	$0,1MeV$
Ravnoteža materije i zračenja	$10^4 god.$	$1eV$
Rekombinacija	$10^5 god.$	$0,1eV$
Tamno doba	$10^5 - 10^8 god.$	
Rejonizacija	$10^8 god.$	
Formiranje galaksija	$\sim 6 \cdot 10^8 god.$	
Tamna energija dominira	$\geq 10^9 god.$	
Formiranje Sunčevog sistema	$8 \cdot 10^9 god.$	
Upisati prema potrebi...	$14 \cdot 10^9 god.$	$0,1meV$



History of the Universe



STANDARDNI KOSMOLOŠKI MODEL

- Dinamika širenja homogenog i izotropnog svemira
 - A. Fridman (A. Ajnštajn, V. de Siter, Ž. Lemetr)
- Iz osnovnih postulata TR \rightarrow Ajnštajnovе jednačine

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}.$$

- Ričijev tenzor $R_{\mu\nu}$ i skalar R ; tenzor energije-impulsa $T_{\mu\nu}$

$$R_{\mu\nu} = \Gamma_{\mu\nu,\alpha}^{\alpha} - \Gamma_{\mu\alpha,\nu}^{\alpha} + \Gamma_{\beta\alpha}^{\alpha} \Gamma_{\mu\nu}^{\beta} - \Gamma_{\beta\nu}^{\alpha} \Gamma_{\mu\alpha}^{\beta}, \quad R \equiv g^{\mu\nu} R_{\mu\nu},$$

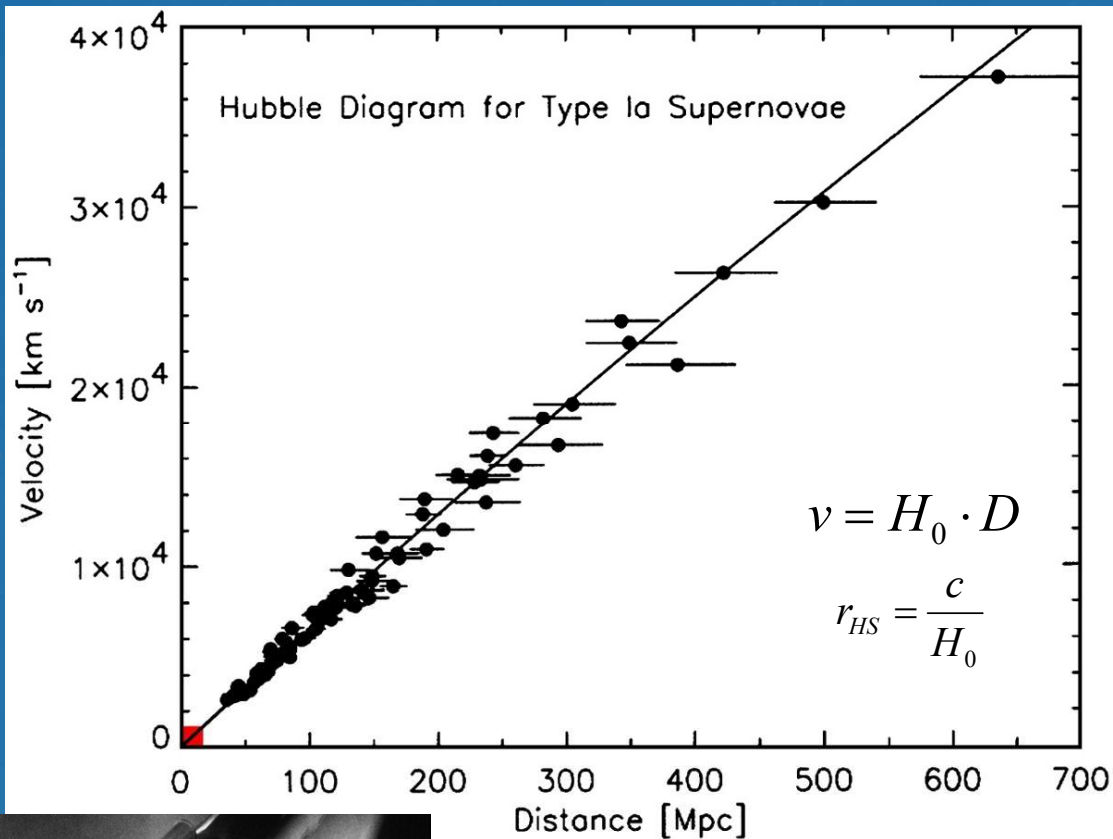
$$\hat{T} = \begin{pmatrix} \rho c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix}$$

- Egzaktno rešenje:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right],$$

- Fridman-Robertson-Vokerova metrika
 - Opisuje homogeni i izotropni svemir koji se širi

SVEMIR KOJI SE ŠIRI

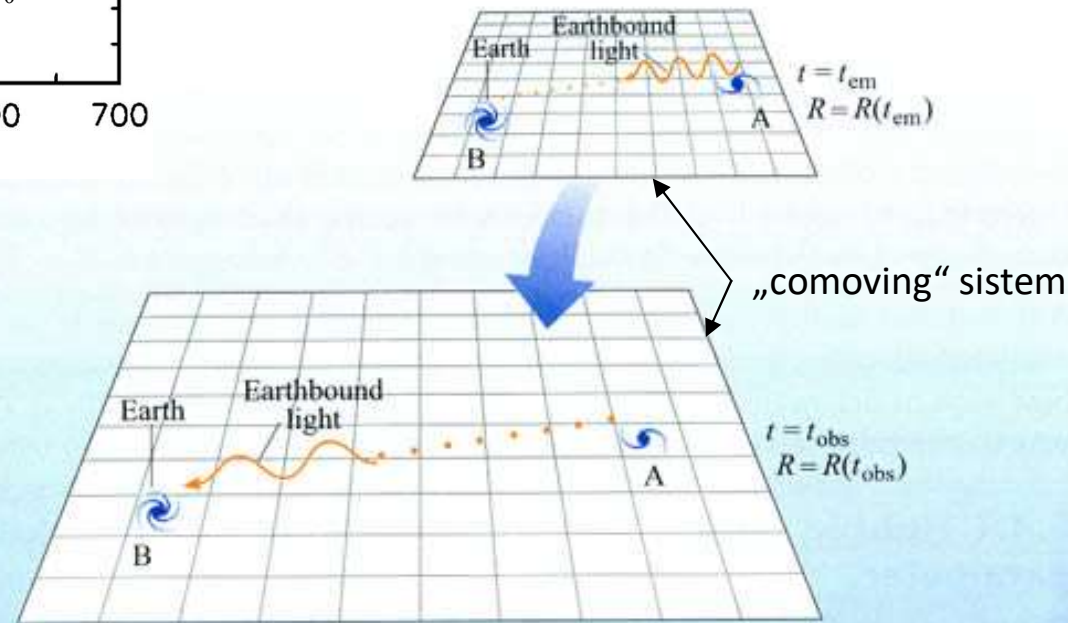


faktor skale

$\vec{r} = a(t)\vec{x}$

pravo rastojanje

rastojanje u „comoving“ sistemu



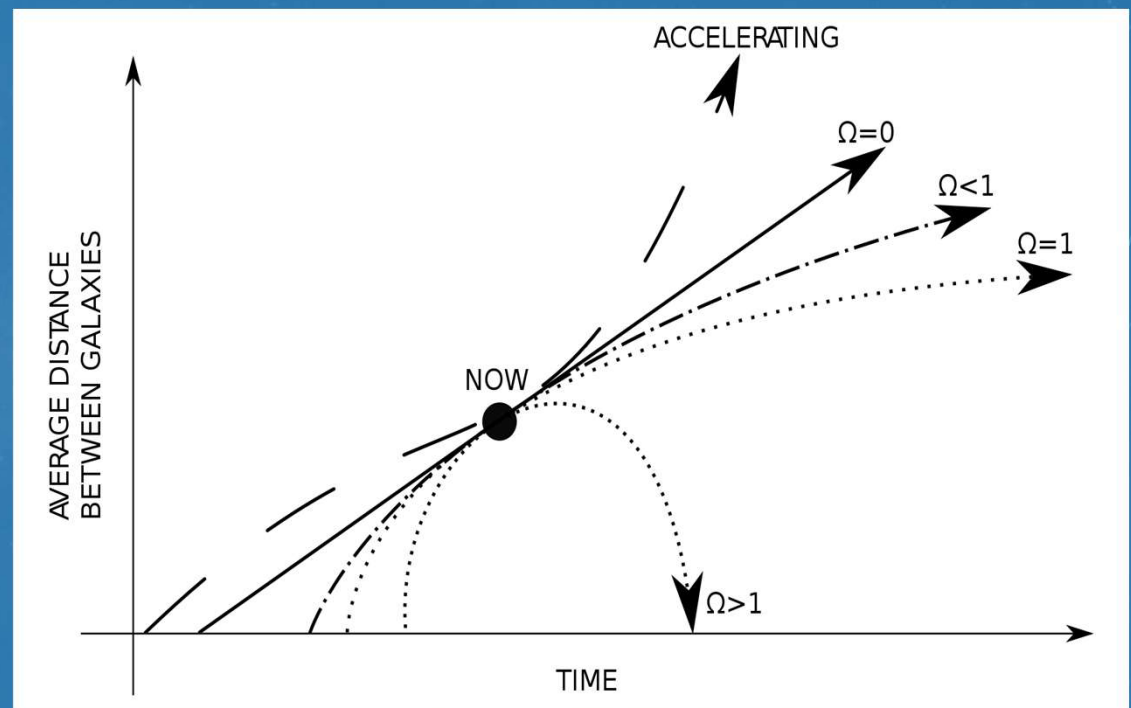
STANDARDNI KOSMOLOŠKI MODEL

- Fridmanove jednačine

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{kc^2}{a^2}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right)$$

- Pouzdan model za svemir star $10^{-10} s$ i energijama čestica $< 1TeV$

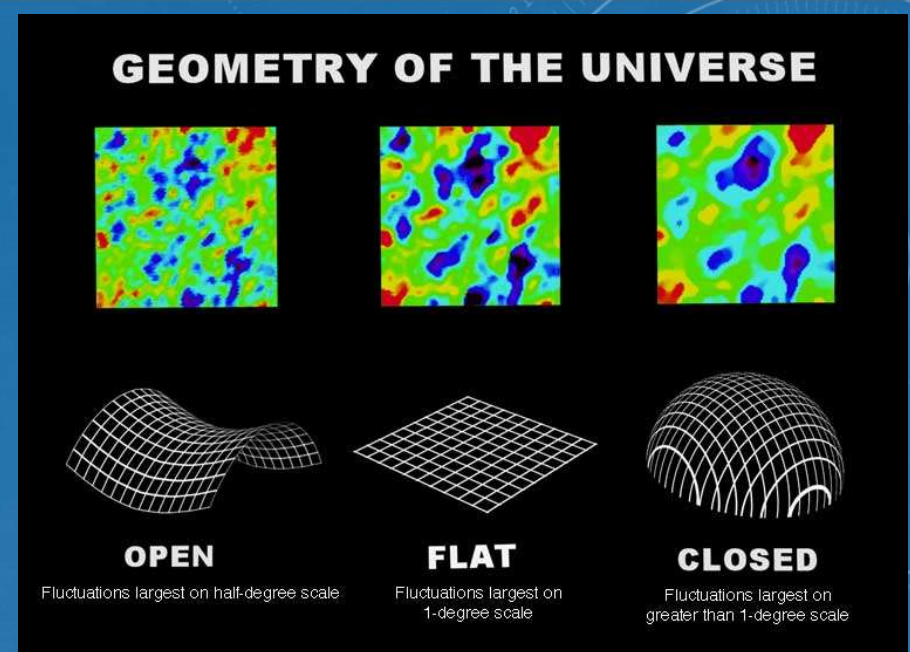


PROBLEMI SKM

- SKM: oko 15 problema, najvažniji
 - Ravna geometrija svemira
 - Problem horizonta
- Rešenje – **inflacija?! (A. Gut, K. Sato, 1981)**
- Početak 80-tih godina – A. Gut i A. Linde
 - **Inflacija** - faza eksponencijalnog širenja (uveća 10^{26} puta)
 - Uspešno radi, proces – nepoznat (pre svega početak)
 - Teorijski – opisano klasičnom fizikom (jednim ili više skalarnih polja)
 - Početak – kvantni efekti → kvantna kosmologija
 - Procesi koji traju $10^{-35} - 10^{-43} s$ i na rastojanjima $10^{-35} m$ – mogućnost p -adične i adelične inflacije, tj. procesa na nearhimedovim prostorima

PROBLEMI

- Ravna geometrija
 - Najnoviji podaci pokazuju da je vrednost ukupne gustine približna kritičnoj, tj. svemir je skoro ravan
 - Model – ako postoji mala zakrivljenost prostora ona tokom vremena **raste!**
 - Neophodno “fino” podešavanje
- Problem horizonta, $(aH)^{-1}$
 - Jedan od najvažnijih nedostataka
 - (ne)mogućnost „komunikacije“ između udaljenih delova svemira
 - Svetlost prelazi **konačno** rastojanje => vidljiv svemir



$$\left. \begin{aligned} H^2 &= \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{kc^2}{a^2} \\ H^2 &= \frac{8\pi G}{3} \rho_c \\ \Omega_{tot} &= \frac{\rho}{\rho_c} \end{aligned} \right\} \rightarrow (\Omega_{tot} - 1) = \frac{kc^2}{a^2 H^2}$$

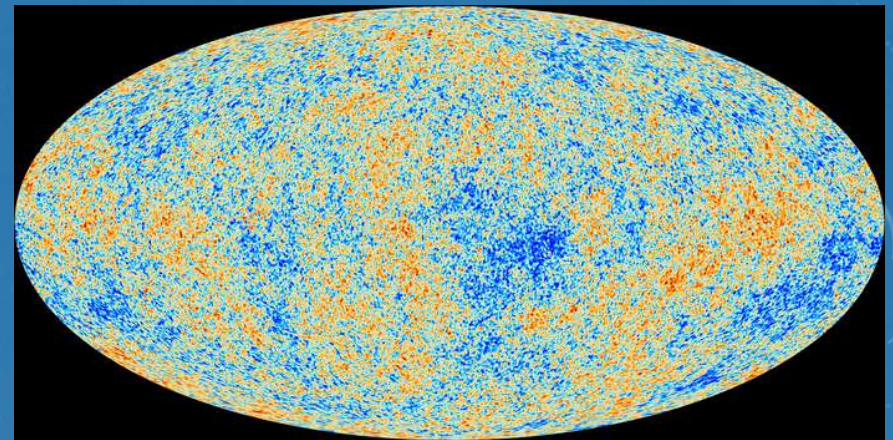
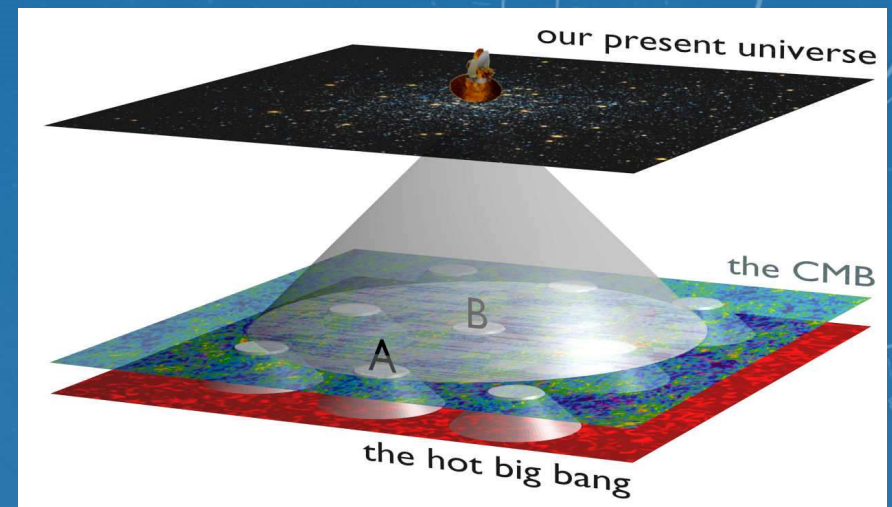
$$a^2 H^2 \propto t^{-1}$$

$$a^2 H^2 \propto t^{-2/3}$$

$$|\Omega_{tot} - 1| \propto t$$

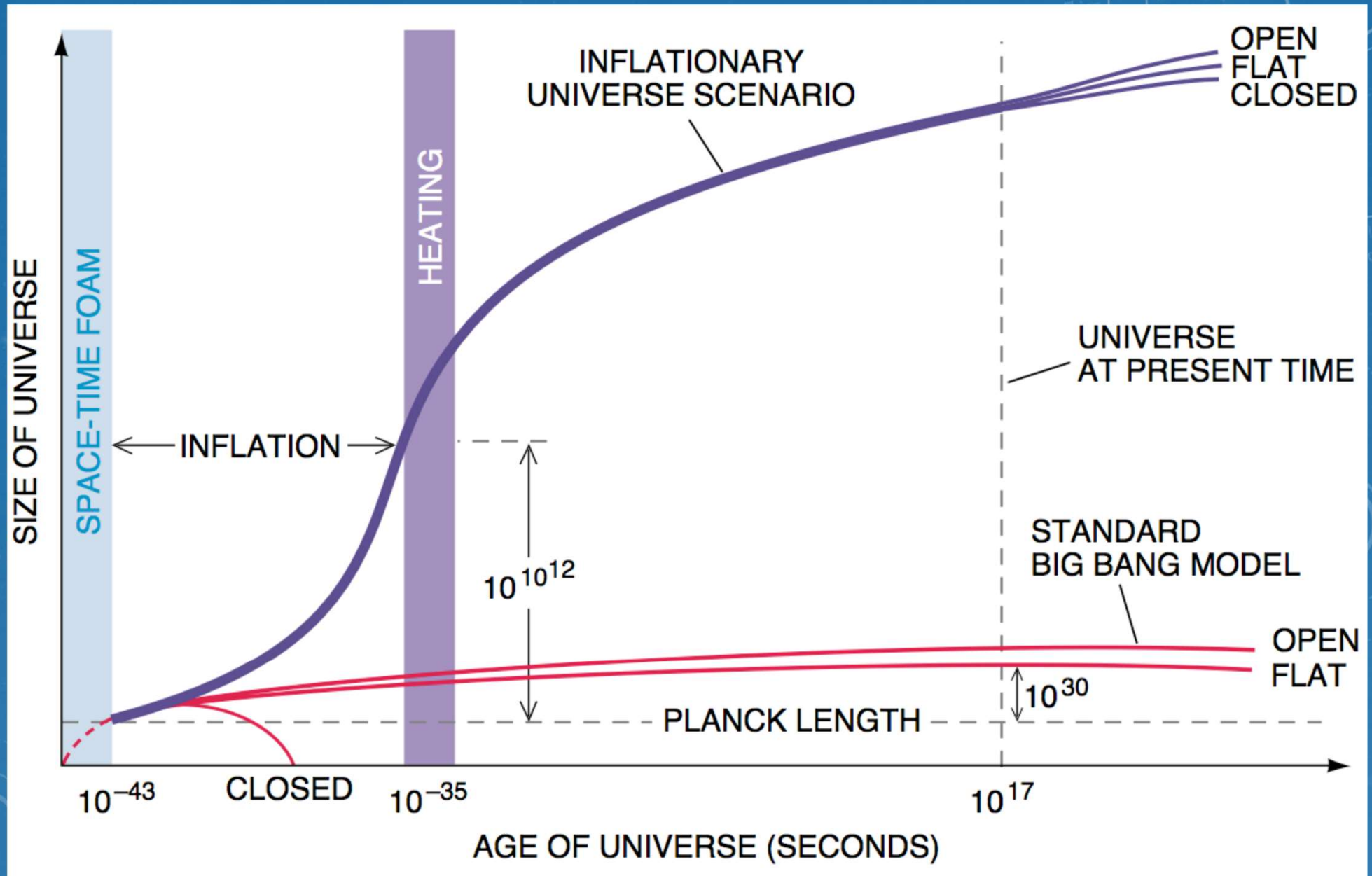
$$|\Omega_{tot} - 1| \propto t^{2/3}$$

- Kako je nastala termodinamička ravnoteža?
- “Signal” stiže iz suprotnih pravaca, koji nisu mogli da komuniciraju
- CMB zračenje nastalo u vreme kad je svetlost mogla da prelazi još kraća rastojanja
- Delovi koji su na rastojanju većem od 1-2 lučnog stepena ne mogu da komuniciraju!
- **Problem velikih struktura:** Kako su nastale galaksije ako je svemir homogne?



$$T = 2,7 \pm 10^{-5} K$$

KOSMOLOŠKA INFLACIJA $a \sim e^{Ht}$



INFLACIJA

- Faktor skale (radijus svemira) se tokom 10^{-34} s povećao za bar $e^{60} \approx 10^{26}$ puta, tj. 60 e-foldova

- Najjednostavniji model: jedno realno kanonsko skalarno polje ϕ (inflaton)

- Uslov inflacije (iz Fridmanovih jednačina)

$$\frac{d}{dt}(aH)^{-1} < 0 \Leftrightarrow \frac{d^2 a}{dt^2} > 0 \Leftrightarrow \rho + 3p < 0$$

- Dinamika klasičnog realnog skalarnog polja

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_{\text{Pl}}^2}{2} R - \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi g^{\mu\nu} - V(\phi) \right]$$

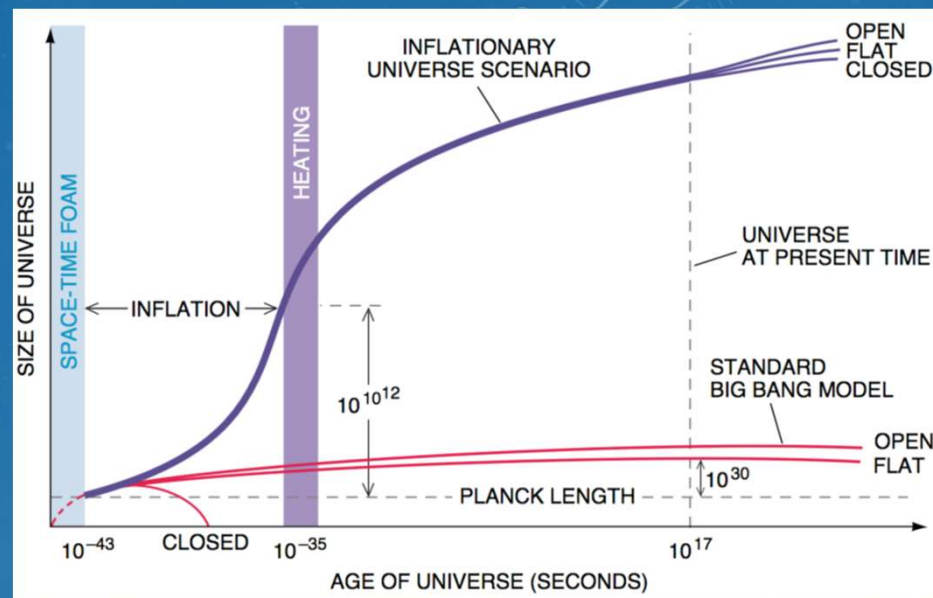
- Tenzor energije-impulsa

$$T_{\mu\nu}^{(\phi)} \equiv -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_\phi}{\delta g^{\mu\nu}} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - g_{\mu\nu} \left(\frac{1}{2} \partial^\sigma \phi \partial_\sigma \phi + V(\phi) \right).$$

- Gustina energije i pritisak

$$\rho_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi)$$

$$p_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi)$$



Negativan pritisak, pokreće inflaciju!

$$M_{\text{Pl}} = \frac{m_{\text{Pl}}}{\sqrt{8\pi}}$$

$$m_{\text{Pl}} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \approx 1,22 \cdot 10^{-19} \frac{\text{GeV}}{c^2}$$

$$\approx 2,176 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$$

INFLACIJA

- Vremenska evolucija homogenog skalarnog polja, za FRW metriku \rightarrow Klajn-Gordonova jednačina

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V' = 0, \quad V' \equiv \frac{\partial V}{\partial \phi}$$

- Fridmanova jednačina

$$H^2 = \frac{1}{3M_{pl}^2} \left[\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \right]$$

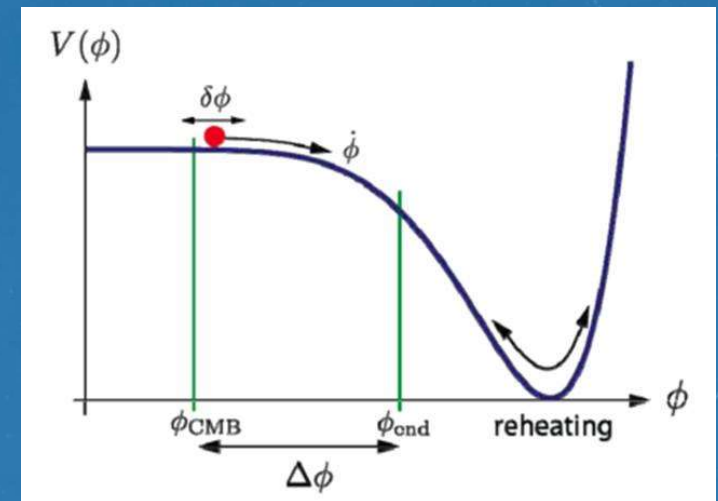
- Režim sporog kotrljanja (*slow-roll*)

$$\dot{\phi}^2 \ll V(\phi) \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} H^2 \approx \frac{1}{3M_{pl}^2} V(\phi) \\ 3H\dot{\phi} + V' \approx 0 \end{cases}$$

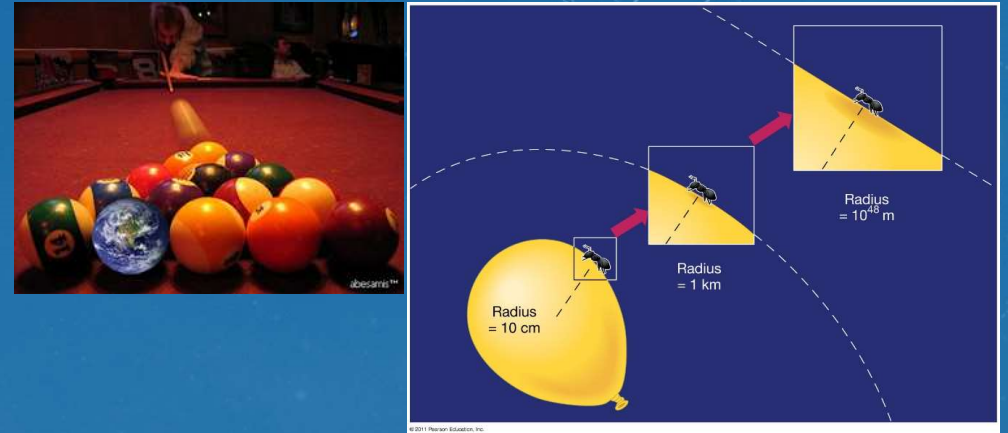
- Da bi inflacija trajala dovoljno dugo

$$|\ddot{\phi}| \ll |3H\dot{\phi}|$$

$$|\ddot{\phi}| \ll |V'|$$

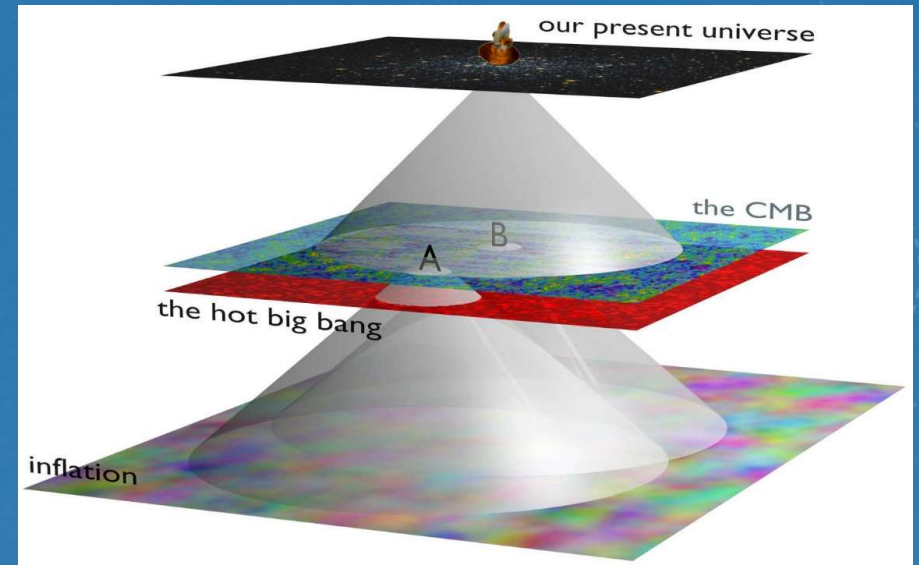


INFLACIJA



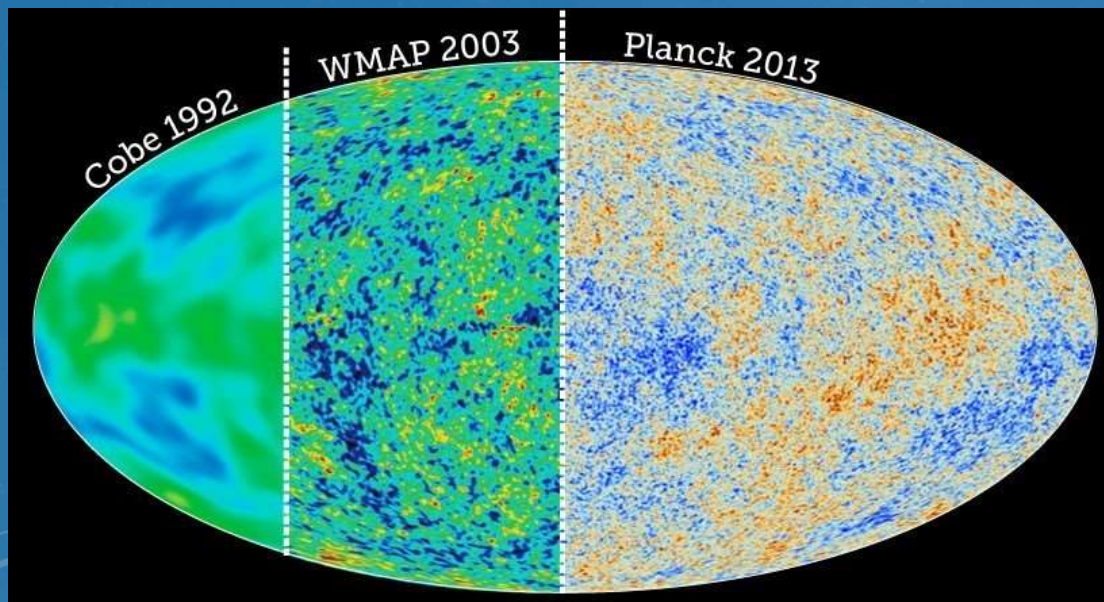
$$\frac{d}{dt}(aH)^{-1} < 0$$

- Ravna geometrija $(\Omega_{tot} - 1) = \frac{kc^2}{a^2 H^2}$
 - Uslov inflacije primorava ukupnu gustinu da se približi jedinici
- Horizont
 - Svemir se širi ali ne menjaju se karakteristične dimenzije, mali deo svemira poraste do višestruko većih dimenzija od vidljivog svemira



POSMATRAČKI PARAMETRI

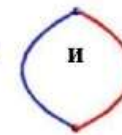
- Poslednjih 20 godina → posmatrački rezultati za proveru teorijskih istraživanja
- Inflacija – objašnjava fluktuacija u ranom svemiru
- Nezavisno S. Hoking, A. Starobinski i A. Gut



Beginning and End of the Universe, <http://www.as.utexas.edu/~gebhardt/u303f16/cos3.html>

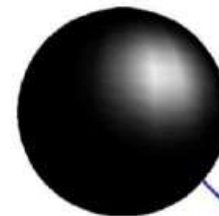
Инфлација + квантна механика = флукуације

пар античестице

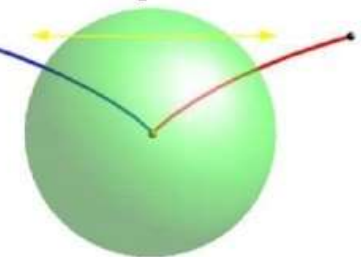


честице

Црне рупе:
Хокингово зрачење



Инфлација:
ширење



POSMATRAČKI PARAMETRI

- Hablovi hijerarhijski parametri (parametri sporog kotrljanja)

$$\epsilon_{i+1} \equiv \frac{d \ln |\epsilon_i|}{dN}, \quad i \geq 0, \quad \epsilon_0 \equiv \frac{H_*}{H}$$

vrednost Hablovog parametra u proizvoljno izabranom vremenskom trenutku

- Trajanje inflacije $\epsilon_i \ll 1$

$$N(\phi) = \ln \frac{a_{end}}{a} = \int_t^{t_{end}} d \ln a = \int_t^{t_{end}} H dt = \int_{\phi}^{\phi_{end}} \frac{H}{\dot{\phi}} d\phi \approx \frac{1}{M_{Pl}^2} \int_{\phi_{end}}^{\phi} \frac{V}{V'} d\phi$$

Režim sporog kotrljanja

- Kraj inflacije $\epsilon_i(\phi_{end}) \approx 1$
- Tri nezavisna posmatračka parametra: amplituda skalarnih perturbacija A_s , količnik tenzora i skalara r i skalarni spektralni indeks n_s

Često koriste „slow-roll“ parametri definisani preko potencijala: $\epsilon_v = \frac{M_{pl}^2}{2} \left(\frac{V'}{V}\right)^2$ i $\eta_v = M_{pl}^2 \frac{V''}{V}$, ovako definisani parametri povezani su približnim relacijama $\epsilon_1 \approx \epsilon_v$ i $\epsilon_2 \approx \eta_v - \epsilon_v$

POSMATRAČKI PARAMETRI

- Skalarni spektralni indeks n_s i količnik tenzora i skalara r u prvom redu u odnosu na parametre ε_i

$$r = 16\varepsilon_1(t_i),$$

$$n_s = 1 - 2\varepsilon_1(t_i) - \varepsilon_2(t_i)$$

- U drugom redu u odnosu na parametre $\varepsilon_i \rightarrow$ razlikuje

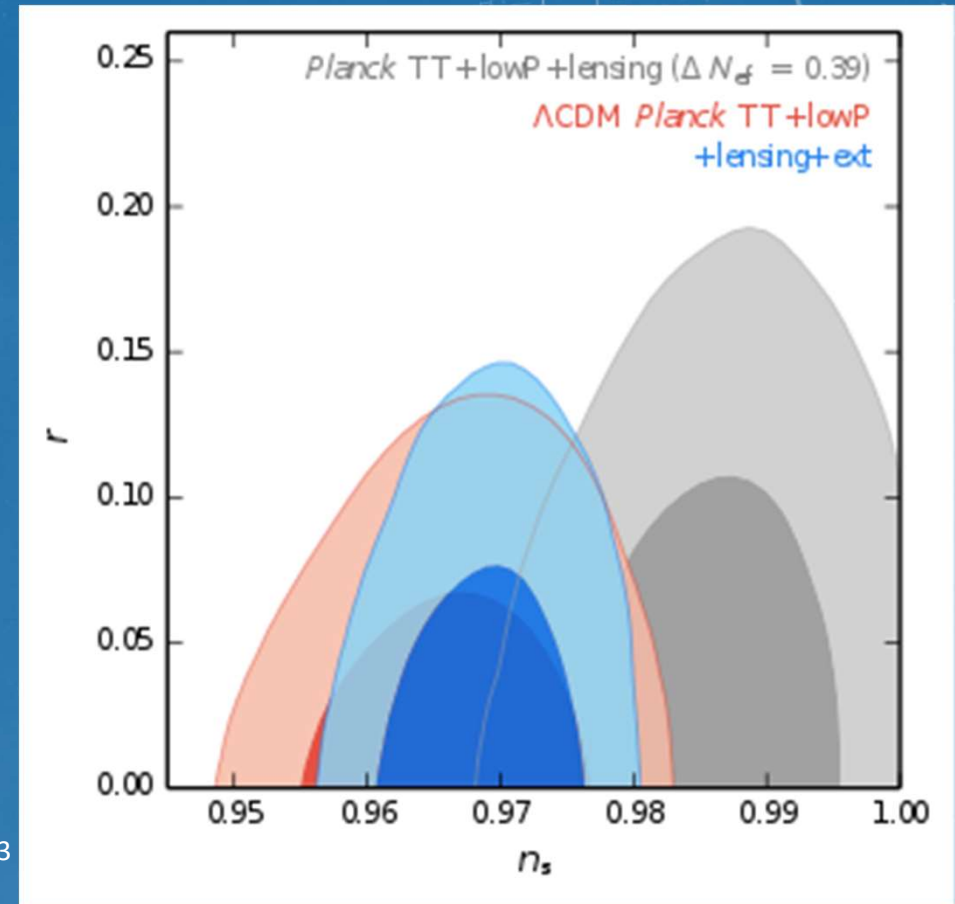
$$r = 16\varepsilon_1 (1 + C\varepsilon_2 - 2\alpha\varepsilon_1),$$

$$n_s = 1 - 2\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - [2\varepsilon_1^2 + (2C + 3 - 2\alpha)\varepsilon_1\varepsilon_2 + C\varepsilon_2\varepsilon_3].$$

- gde je konstanta $C \simeq -0,72$, dok je $\alpha = \frac{1}{6}$ za tahionsku inflaciju u standardnoj kosmologiji, i $\alpha = \frac{1}{12}$ za Randal-Sundrum kosmologiju

POSMATRAČKI PARAMETRI

- Satelit Plank
(maj 2009 – oktobar 2013)
- (Najnoviji) rezultati objavljeni 2016. godine



Planck 2015 results: XIII. Cosmological parameters, *Astronomy & Astrophysics*. 594 (2016) A13
 Planck 2015 results. XX. Constraints on inflation, *Astronomy & Astrophysics*. 594 (2016) A20

Model	Parameter	<i>Planck</i> TT+lowP	<i>Planck</i> TT+lowP+lensing	<i>Planck</i> TT+lowP+BAO	<i>Planck</i> TT,TE,EE+lowP
ΛCDM+r	n_s	0.9666 ± 0.0062	0.9688 ± 0.0061	0.9680 ± 0.0045	0.9652 ± 0.0047
	$r_{0.002}$	< 0.103	< 0.114	< 0.113	< 0.099
ΛCDM+r	n_s	0.9667 ± 0.0066	0.9690 ± 0.0063	0.9673 ± 0.0043	0.9644 ± 0.0049
	$r_{0.002}$	< 0.180	< 0.186	< 0.176	< 0.152
	r	< 0.168	< 0.176	< 0.166	< 0.149
+ $dn_s/d \ln k$	$dn_s/d \ln k$	$-0.0126^{+0.0098}_{-0.0087}$	$-0.0076^{+0.0092}_{-0.0080}$	-0.0125 ± 0.0091	-0.0085 ± 0.0076

TAHIONSKA INFLACIJA

D. Steer, F. Vernizzi, Tachyon inflation: Tests and comparison with single scalar field inflation, *Physical Review D*. 70 (2004) 43527

M. Milosevic, D.D. Dimitrijevic, G.S. Djordjevic, M.D. Stojanovic, Dynamics of tachyon fields and inflation - comparison of analytical and numerical results with observation, *Serbian Astronomical Journal*. 192 (2016) 1–8.

N. Bilic, D.D. Dimitrijevic, G.S. Djordjevic, M. Milosevic, M. Stojanovic, Dynamics of tachyon fields and inflation: Analytical vs numerical solutions, *AIP Vol 1722 No 1* (2016) 50002.

TAHIONSKA INFLACIJA

- Popularna klasa modela – skalarno polje sa nestandardnim lagranžijanom, npr. Dirak-Born-Infeldovog (DBI) tipa → tahionsko skalarno polje
- Radovi A. Sena (2002) – potencijalna fundamentalna uloga tahionskih polja u teoriji struna i kosmologiji sveta na brani; Senova pretpostavka (*Sen's conjecture*)
- G. Gibonsa (2002) – uloga tahiona u kosmologiji
- Kofman i Linde – čista tahionska inflacija **ne daje** odgovarajuće rezultate za CMB
 - Razlog – inflacija ne traje dovoljno dugo ☹️
 - Problem zagrevanja (*reheating*)

TAHIONSKA INFLACIJA

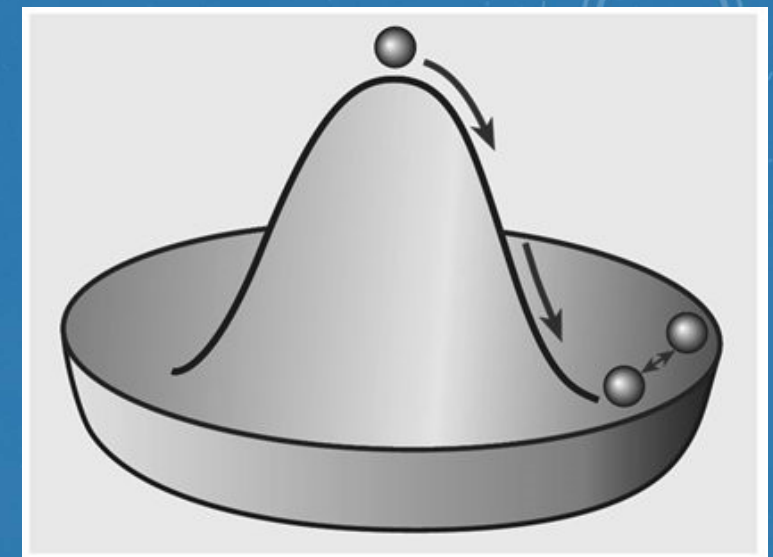
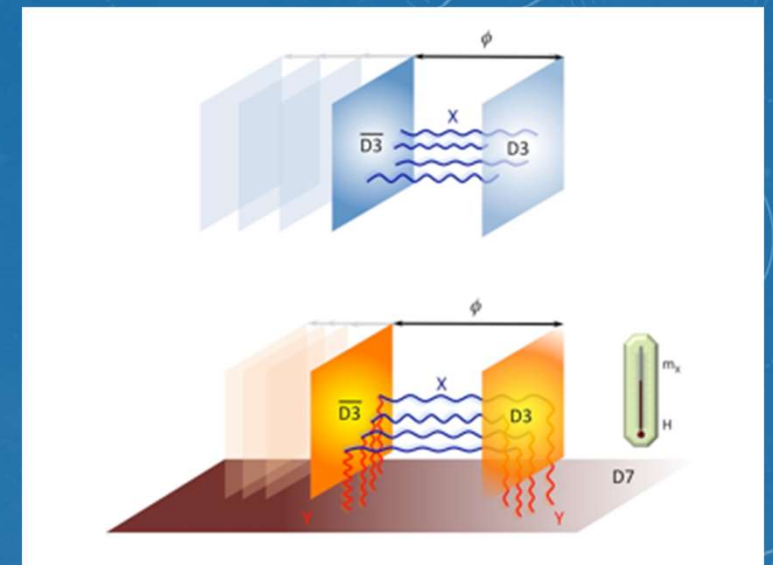
- Stir i Vernici (2004) – proširenje opsega parametara u teoriji struna → tahionski modeli malo se razlikuju u odnosu na inflatorne modele zasnovane na kanonskoj teoriji skalarnih polja
 - Tahionska inflacija se u principu **ne može** u potpunosti isključiti
- Jednostavni modeli – značajna uloga u kosmologiji sveta na brani

TAHIONI – NEKAD I SAD

- Tradicionalno, pojam tahion (grčki $\tauαχύ$ – brz): hipotetička čestica, uvek se kreće brzinom većom od brzine svetlosti u vakuumu
 - Prva ideja – A. Zomerfeld (1904)
 - 1962 - prva detaljna razmatranja
 - 1967 – „čestice“ – kvanti polja imaginarne mase
 - 1969 – ne moraju da se prostiru brže od svetlosti, nestabilnosti polja
- U modernoj fizici je smisao značajno izmenjen
 - **U teoriji struna i KFT:** stanje kvantnog polja sa imaginarnom masom (tj. negativnim kvadratom mase!)
 - Ispostavilo se - imaginarna masa odgovara stanju nestabilnosti, tako da se tahion(sko stanje) spontano „raspada“ kroz proces tzv. tahionske kondenzacije.

TAHIONI – NEKAD I SAD

- Ne postoji klasično tumačenje
- Nestabilnost \rightarrow potencijal tahionskog polja - na lokalnom maksimumu, a ne u lokalnom minimumu. Vrlo malo narušavanje ove ravnoteže, usled kvantnih fluktuacija, primorava polje da se kotrlja ka lokalnom minimumu.
- U minimumu – kvanti nisu više tahioni, već „obične“ čestice



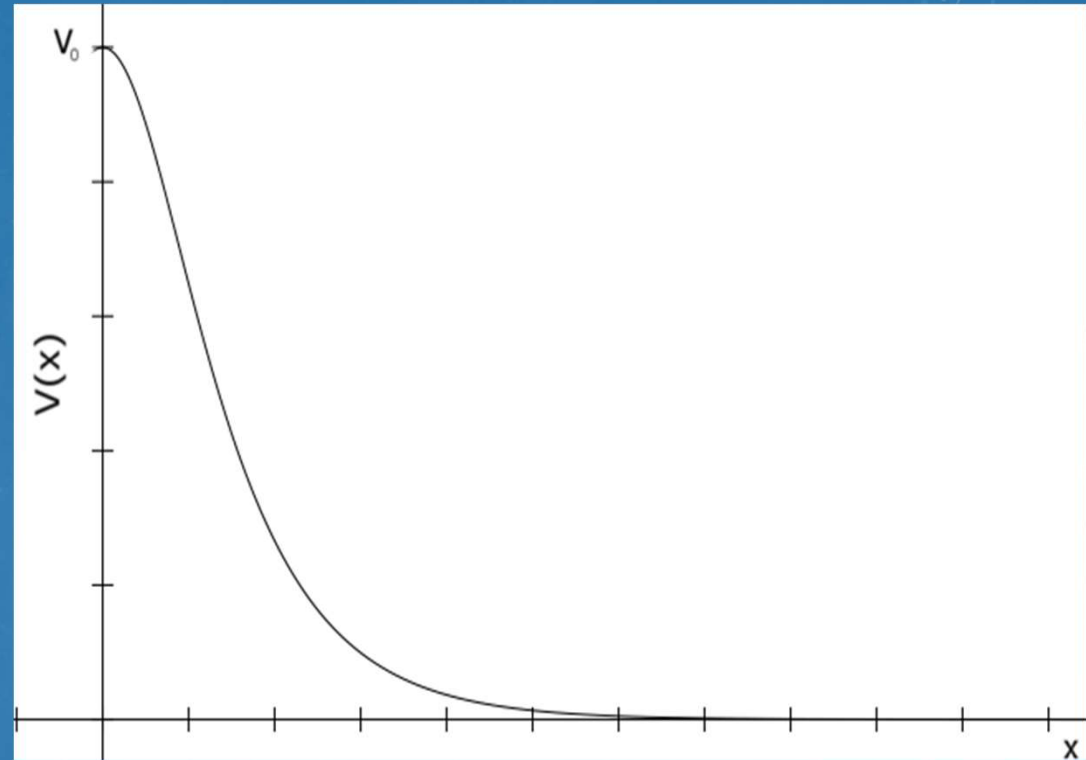
TAHIONSKI POTENCIJAL

- Uslovi koji moraju da važe za tahionski potencijal:

$$V(0) = \text{const} > 0$$

$$V'(x > 0) < 0$$

$$V(|x| \rightarrow \infty) \rightarrow 0$$



LAGRANŽIJAN SKALARNOG POLJA - $\mathcal{L}(X, \phi)$

- U opštem slučaju – proizvoljna funkcija skalarnog polja ϕ i kinetičke energije $X \equiv \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi$.

- Kanonska polja sa potencijalom $V(\phi)$

$$\mathcal{L}(X, \phi) = BX - V(\phi),$$

- Nekanonski model

$$\mathcal{L}(X, \phi) = BX^n - V(\phi),$$

- DBI lagranžijan

$$\mathcal{L}(X, \phi) = -\frac{1}{f(\phi)} \sqrt{1 - 2f(\phi)X} - V(\phi),$$

- Specijalni tip – tahionski $\mathcal{L}(X, \phi) = -V(\phi) \sqrt{1 - 2\lambda X}$,

TAHIONSKA INFLACIJA

- Realno skalarno polje $T(t, \vec{x})$ minimalno kuplovano sa gravitacijom
- Dejstvo

$$S = -\frac{1}{16\pi G} \int \sqrt{-g} R d^4x + \int \sqrt{-g} \mathcal{L}(T, \partial_\mu T) d^4x$$

- Lagranžijan i hamiltonijan tahionskog polja $V(T)$

$$\mathcal{L} = -V(T) \sqrt{1 - g^{\mu\nu} \partial_\mu T \partial_\nu T},$$

$$\mathcal{H} = \frac{V(T)}{\sqrt{1 - g^{\mu\nu} \partial_\mu T \partial_\nu T}}.$$

- Prostor – homogen i izotropan, FRW metrika

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = dt^2 - a^2(t) d\vec{x}^2, \quad c = 1$$

TAHIONSKA INFLACIJA

- Kao i u slučaju standardnog skalarnog polja $P = \mathcal{L}$ i $\rho = \mathcal{H}$ ali:

$$\mathcal{L} = -V(T)\sqrt{1 - \dot{T}^2},$$

$$\mathcal{H} = \frac{V(T)}{\sqrt{1 - \dot{T}^2}}.$$

- Fridmanova jednačina:

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{1}{3M_{Pl}^2} \frac{V}{(1 - \dot{T}^2)^{1/2}}.$$

- Jednačina održanja energije i impulsa, $\dot{\rho} = -3H(P + \rho)$, postaje

$$\frac{\ddot{T}}{1 - \dot{T}^2} + 3H\dot{T} + \frac{V'}{V} = 0.$$

TAHIONSKA INFLACIJA

$$\tau = t/T_0, \dot{x} = \frac{dx}{d\tau}$$
$$x = \frac{T}{T_0}, U(x) = \frac{V(x)}{\sigma}, \tilde{H} = \frac{H}{T_0}.$$

- Odgovarajućim reskaliranjem pogodno je uvesti bezdimenzionalne jednačine:

$$\frac{\ddot{x}}{1 - \dot{x}^2} + 3\tilde{H}\dot{x} + \frac{U'}{U} = 0$$

Jednačina kontinuiteta
(održanja energije i impulsa)

$$\tilde{H}^2 = \frac{\kappa^2}{3} \frac{U(x)}{\sqrt{1 - \dot{x}^2}}$$

Fridmanova jednačina

- Rešavamo:

$$\ddot{x} + \kappa \sqrt{3U(x)(1 - \dot{x}^2)^{3/2}} \dot{x} + \frac{(1 - \dot{x}^2)}{U(x)} \frac{dU(x)}{dx} = 0$$

- Pomoćna jednačina $\dot{\tilde{H}} = -\frac{\kappa^2}{2} (\tilde{P} + \tilde{\rho})$
- Gde je bezdimenzionalna konstanta $\kappa^2 = \frac{\sigma T_0^2}{M_{Pl}^2}$, dok je izbor konstante σ (napon brane) motivisan teorijom struna

$$\sigma = \frac{M_s^4}{g_s (2\pi)^3}.$$

USLOVI ZA TAHIONSKU INFLACIJU

- Osnovni uslov za ubrzano širenje svemira

$$\frac{\ddot{a}}{a} \equiv \tilde{H}^2 + \dot{\tilde{H}} = \frac{\kappa^2}{3} \frac{U(x)}{\sqrt{1 - \dot{x}^2}} \left(1 - \frac{3}{2} \dot{x}^2 \right) > 0.$$

- Uslovi sporog kotrljanja

$$\ddot{x} \ll 3\tilde{H}\dot{x}, \quad \dot{x}^2 \ll 1.$$

- Približne jednačine

$$\tilde{H}^2 \simeq \frac{\kappa^2}{3} U(x),$$
$$\dot{x} \simeq -\frac{1}{3\tilde{H}} \frac{U'(x)}{U(x)}.$$

POČETNI USLOVI

- Približni parametri sporog kotrljanja

$$\epsilon_1 \simeq \frac{1}{2\kappa^2} \frac{U'^2}{U^3}, \quad \epsilon_2 \simeq \frac{1}{\kappa^2} \left(-2 \frac{U''}{U^2} + 3 \frac{U'^2}{U^3} \right).$$

- Približan broj e-foldova

$$N(x) = \kappa \int_{x_i}^{x_e} \frac{U(x)^2}{|U'(x)|} dx$$

$$x_i = x(\tau_i)$$

$$x_e = x(\tau_e)$$

RANDAL-SUNDRUM MODELI

L. Randall, R. Sundrum, An Alternative to Compactification, *Physical Review Letters*. 83 (1999) 4690–4693

N. Bilic, G.B. Tupper, AdS braneworld with backreaction, *Central European Journal of Physics*. 12 (2014) 147–159.

N. Bilic, D. Dimitrijevic, G. Djordjevic, M. Milosevic, Tachyon inflation in an AdS braneworld with back-reaction, *International Journal of Modern Physics A*. 32 (2017)

SVET NA BRANI

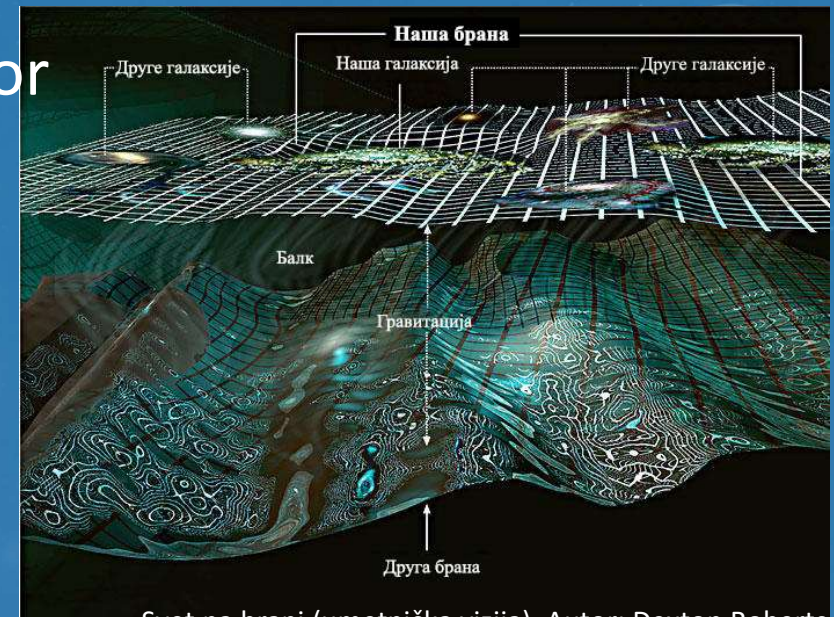
- T. Kaluca – proširenje OTR na 5-dim prostor-vreme

- Metrika

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x^\mu, x^\nu)dx^\mu dx^\nu,$$

- Dodatne dimenzije vrlo male
- Druge teorije – nova ideja → svet na brani

- „naš“ prostor smešten u 3D prostor (*3-brana*)
- „uronjen“ u višedimenzionalni međuprostor (*balk*)



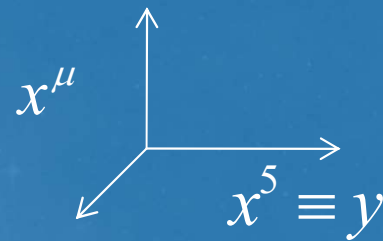
Svet na brani (umetnička vizija). Autor: Dexton Roberts

RANDAL-SUNDRUM MODELI

- 1999 - Jedan od najjednostavnijih modela
- Dve brane sa suprotnim tenzijama (rastojanje u 5-dim)
- RSI – posmatrač na „negativnoj“ brani
- RSII – posmatrač na „pozitivnoj“ brani
 - Fluktuacija rastojanja → opisana novim skalarni poljem – radion
 - Dinamika same brane – analogna dinamici tahionskog polja
- Dodatna dimenzija → neophodna modifikacija Fridmanovih jednačina

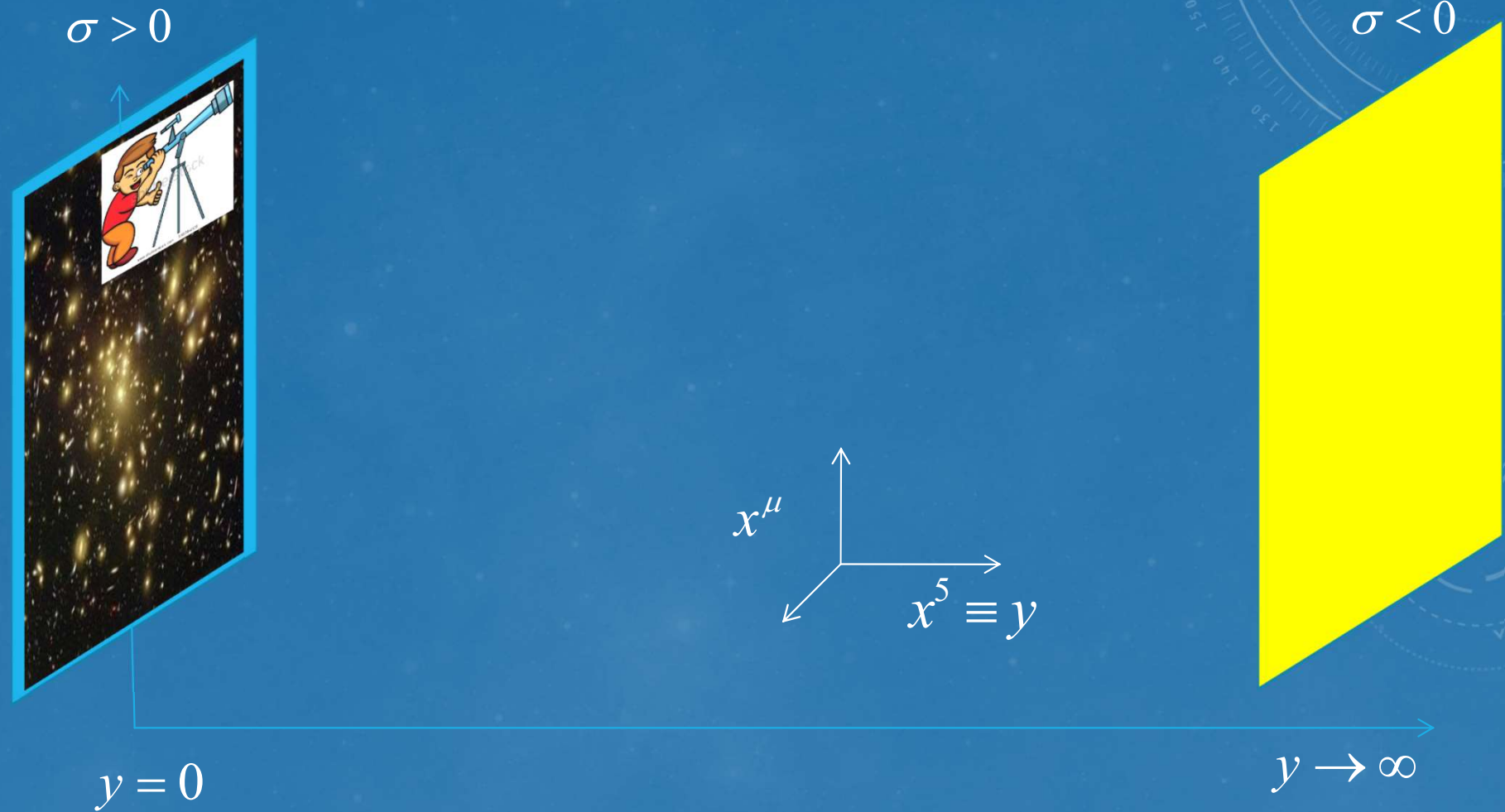
$$V(T) = \frac{1}{T^4}$$

RSI MODEL



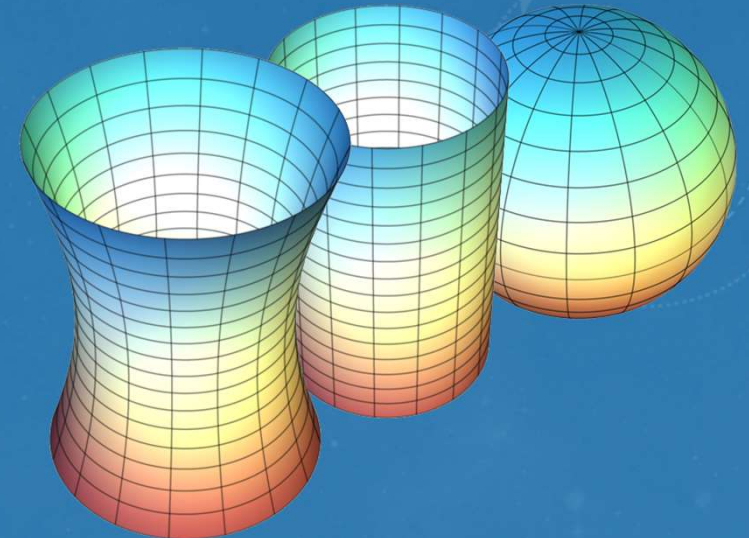
$y \rightarrow \infty$

RSII MODEL



DE SITEROVI PROSTORI

- W. De Sitter i Ajnštajn (1920-tih) radili zajedno na opisivanju strukture prostor-vremena
- U 2D – sfera (+ krivina), ravan (nula), hiperbolična površ (-)
- Prostor-vreme:
 - de Sitterov prostor - pozitivna krivina
 - Prostor Mikovskog - nula
 - Anti de Sitterov prostor – negativna krivina



RSII MODEL

- U opštem slučaju Anti de Sitter metrika

$$ds_{(5)}^2 = e^{-2k} g^{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - dy^2.$$

- Proširen RSII, uključuje i povratnu reakciju radiona

$$ds_{(5)}^2 = G_{ab} dX^a dX^b = \frac{1}{k^2 z^2} \left[(1 + k^2 z^2 \eta(x)) g^{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - \frac{1}{(1 + k^2 z^2 \eta(x))^2} dz^2 \right],$$

$k = \frac{1}{\ell}$ ← Poluprečnik krivine

← Radionsko polje

- Ukupno dejstvo

$$S = S_{bulk} + S_{br} + S_{mat}.$$

- Nakon integracije metrike po dodatnoj petoj dimenziji...

RSII MODEL

- Dejstvo 3-brane koja se kreće u balku

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(-\frac{R}{16\pi G} + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \Phi_{,\mu} \Phi_{,\nu} \right) + S_{\text{br}},$$

- Dejstvo brane

Napon brane Kanonski normirano radionsko polje

$$S_{\text{br}} = -\sigma \int d^4x \sqrt{-\det g_{\mu\nu}^{\text{ind}}}$$

$$\eta = \sinh^2 \left(\sqrt{\frac{4\pi G}{3}} \Phi \right)$$

$$= -\int d^4x \sqrt{-g} \frac{\sigma}{k^4 \Theta^4} (1 + k^2 \Theta^2 \eta)^2 \sqrt{1 - \frac{g^{\mu\nu} \Theta_{,\mu} \Theta_{,\nu}}{(1 + k^2 \Theta^2 \eta)^3}}$$

- Ukupni lagranžijan

Tahionsko polje $\Theta = e^{ky} / k$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \Phi_{,\mu} \Phi_{,\nu} - \frac{\lambda \psi^2}{\Theta^4} \sqrt{1 - \frac{g^{\mu\nu} \Theta_{,\mu} \Theta_{,\nu}}{\psi^3}}, \quad \psi = 1 + k^2 \Theta^2 \eta.$$

- U odsustvu radiona $\Phi = 0$

$$S_{\text{br}}^{(0)} = -\int d^4x \sqrt{-g} \frac{\lambda}{\Theta^4} \sqrt{1 - g^{\mu\nu} \Theta_{,\mu} \Theta_{,\nu}}, \quad \lambda = \frac{\sigma}{k^4}$$

RSII MODEL

- U ravnom prostoru, FRW metrika

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = dt^2 - a^2(t)(dr^2 + r^2 d\Omega^2).$$

- Hamiltonov formalizam

$$\Pi_\Phi^\mu \equiv \frac{\partial L}{\partial \Phi_{,\mu}}, \quad \Pi_\Theta^\mu \equiv \frac{\partial L}{\partial \Theta_{,\mu}}.$$

- Hamiltonijan

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \Pi_\Phi^2 + \frac{\lambda \psi^2}{\Theta^4} \sqrt{1 + \Pi_\Theta^2 \Theta^8 / (\lambda^2 \psi)}$$

RSII MODEL

- Hamiltonove jednačine

$$\dot{\Phi} = \frac{\partial H}{\partial \Pi_{\Phi}}$$

$$\dot{\Theta} = \frac{\partial H}{\partial \Pi_{\Theta}}$$

$$\dot{\Pi}_{\Phi} + 3H\Pi_{\Phi} = -\frac{\partial H}{\partial \Phi}$$

$$\dot{\Pi}_{\Theta} + 3H\Pi_{\Theta} = -\frac{\partial H}{\partial \Theta}$$

- Modifikovana Fridmanova jednačina

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a} = \sqrt{\frac{8\pi G}{3} \mathcal{H} \left(1 + \frac{2\pi G}{3k^2} \mathcal{H} \right)}.$$

- U kombinaciji sa jednačinom kontinuiteta $\dot{\mathcal{H}} + 3H(\mathcal{H} + \mathcal{L}) = 0$ daje drugu Fridmanovu jednačinu

$$\dot{H} = -4\pi G(\mathcal{H} + \mathcal{L}) \left(1 + \frac{4\pi G}{3k^2} \mathcal{H} \right)$$

BEZDIMENZIONALNE JEDNAČINE ZA RSII

$$h = H / k,$$

- Smene: $\phi = \Phi / (k\sqrt{\lambda}), \pi_\phi = \Pi_\Phi / (k^2\sqrt{\lambda}),$
 $\theta = k\Theta, \pi_\theta = \Pi_\Theta / (k^4\lambda)$

$$\dot{\phi} = \pi_\phi$$

$$\dot{\theta} = \frac{\theta^4 \psi \pi_\theta}{\sqrt{1 + \theta^8 \pi_\theta^2 / \psi}}$$

$$\dot{\pi}_\phi = -3h\pi_\phi - \frac{\psi}{2\theta^2} \frac{4 + 3\theta^8 \pi_\theta^2 / \psi}{\sqrt{1 + \theta^8 \pi_\theta^2 / \psi}} \eta'$$

$$\dot{\pi}_\theta = -3h\pi_\theta + \frac{\psi}{\theta^5} \frac{4 - 3\theta^{10} \eta \pi_\theta^2 / \psi}{\sqrt{1 + \theta^8 \pi_\theta^2 / \psi}}$$

$$\dot{h} = -\frac{\kappa^2}{2} (\bar{\rho} + \bar{p}) \left(1 + \frac{\kappa^2}{6} \bar{\rho} \right)$$

$$\dot{N} = h$$

Dopunske jednačine,
rešavaju se uporedno

Bezdimenzionalna konstanta

$$\kappa^2 = 8\pi\lambda Gk^2$$

Hablov
parametar

$$h \equiv \frac{\dot{a}}{a} = \sqrt{\frac{\kappa^2}{3} \bar{\rho} \left(1 + \frac{\kappa^2}{12} \bar{\rho} \right)}$$

$$\psi = 1 + \theta^2 \eta,$$

$$\eta = \sinh^2 \left(\sqrt{\frac{\kappa^2}{6}} \phi \right),$$

$$\eta' = \frac{d\eta}{d\phi} = \sqrt{\frac{\kappa^2}{6}} \sinh \left(\sqrt{\frac{2\kappa^2}{3}} \phi \right),$$

Pritisak

$$\bar{p} = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - \frac{\psi^2}{\theta^4} \sqrt{1 - \dot{\theta}^2 / \psi^3},$$

Gustina
energije

$$\bar{\rho} = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + \frac{\psi^2}{\theta^4} \frac{1}{\sqrt{1 - \dot{\theta}^2 / \psi^3}}$$

PROCENA POČETNIH USLOVA

- Kraj inflacije $\epsilon_1 \approx 1$, tj. $\kappa^2/\theta_f^4 \ll 1 \rightarrow$ RSII modifikacija se može zanemariti, važi

$$\epsilon_1(\theta_f) \simeq \epsilon_2(\theta_f) \simeq \frac{8\theta_f^2}{\kappa^2} \simeq 1, \quad h(\theta_f) \simeq \frac{8}{\sqrt{3\kappa}}.$$

- Broj e-foldova

$$N \simeq \frac{\kappa^2}{8\theta_0^2} \left(1 + \frac{\kappa^2}{36\theta_0^4} \right).$$

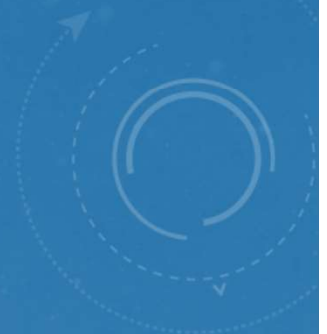
- Broj e-foldova (standardna tahionska inflacija)

$$N_{\text{st.tach}} \simeq \frac{\kappa^2}{8\theta_0^2} - 1.$$

- Velika razlika u broju e-foldova \rightarrow RSII kosmologija produžuje period inflacije!!!

$$\kappa^2 = 5, \theta_0 = 0,25 \Rightarrow \begin{cases} N_{\text{st.tach}} \simeq 9 \\ N \simeq 330 \end{cases}$$

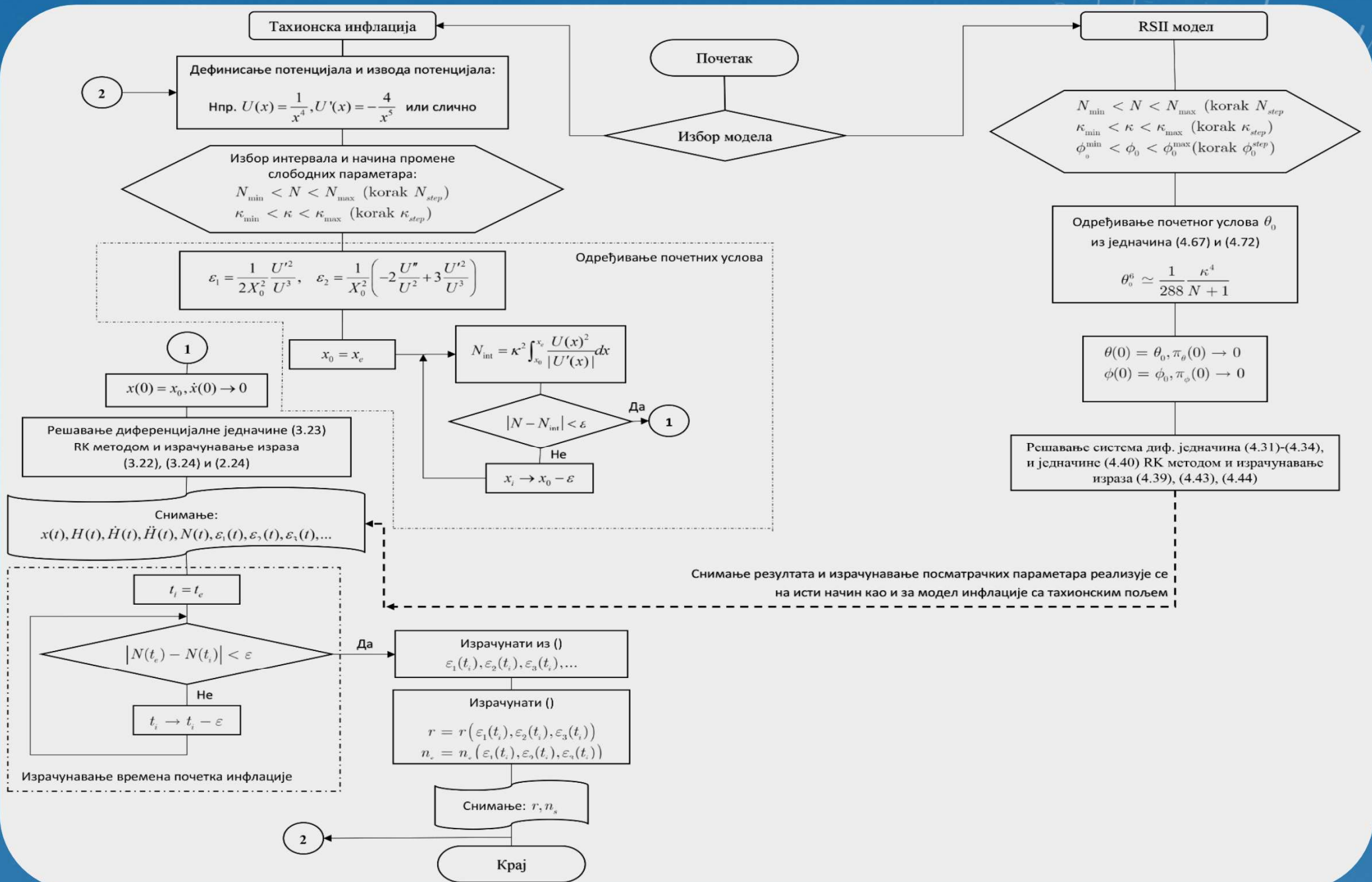
NUMERIČKI MODEL



ALATI

- C/C++ (izračunavanje) i GNU Plot (grafički prikaz)
- Biblioteke
 - GNU Scientific Library
 - Gnuplot-iostream
- Numeričke metode
 - Generator pseudoslučajnih brojeva
 - Keš-Karpov Runge-Kuta metod (4 i 5 reda)
 - Metod polovljenja intervala (bisection)

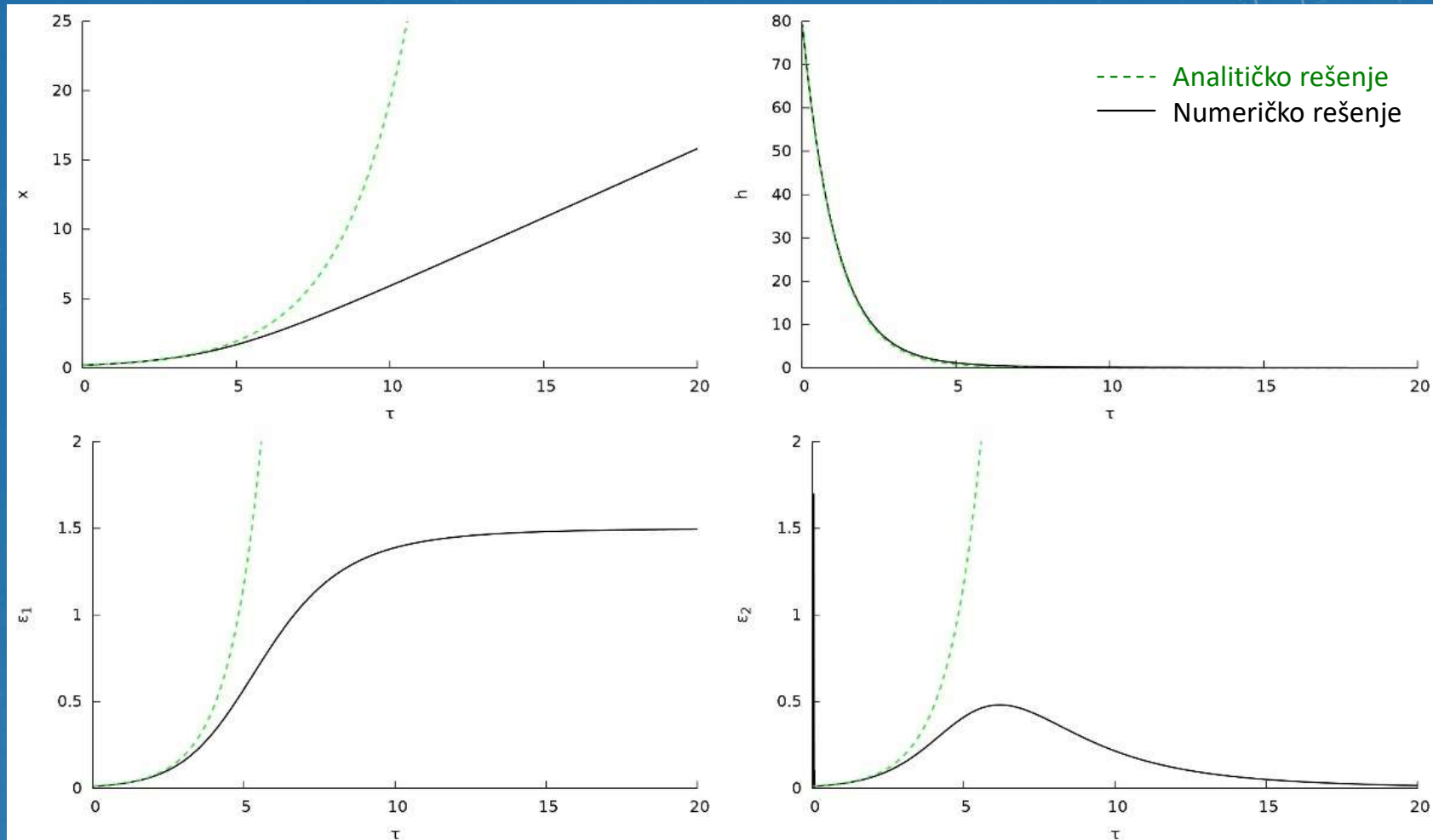
(PSEUDO)ALGORITAM



REZULTATI

The background is a solid blue color with a subtle pattern of small white dots. In the top right corner, there is a large, semi-circular technical diagram resembling a circular scale or gauge. It features concentric circles, tick marks, and numerical values ranging from 0 to 210. A white arrow points to the 180-degree mark. In the bottom right corner, there is a smaller circular diagram with dashed lines and an arrow pointing upwards. In the bottom left corner, there is another circular diagram with dashed lines and an arrow pointing to the left.

DINAMIKA TAHIONSKE INFLACIJE $U(x) = \frac{1}{x^4}$



$$\kappa^2 = \frac{\sigma T_0^2}{M_{Pl}^2}$$

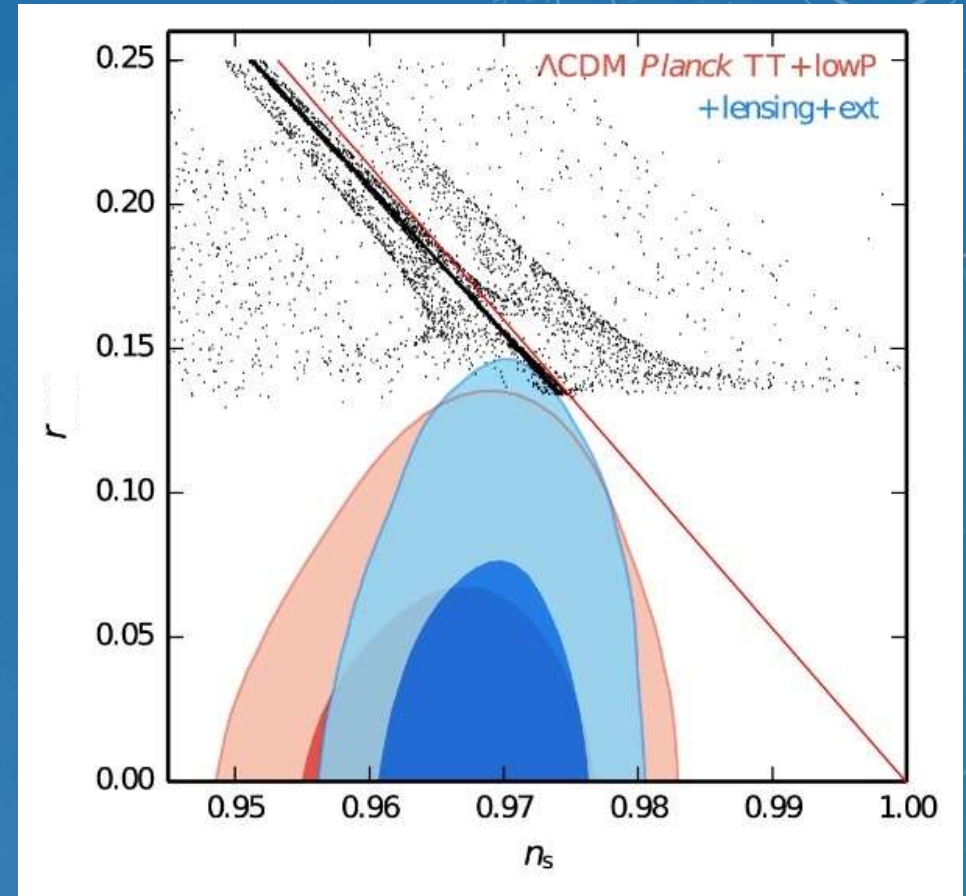
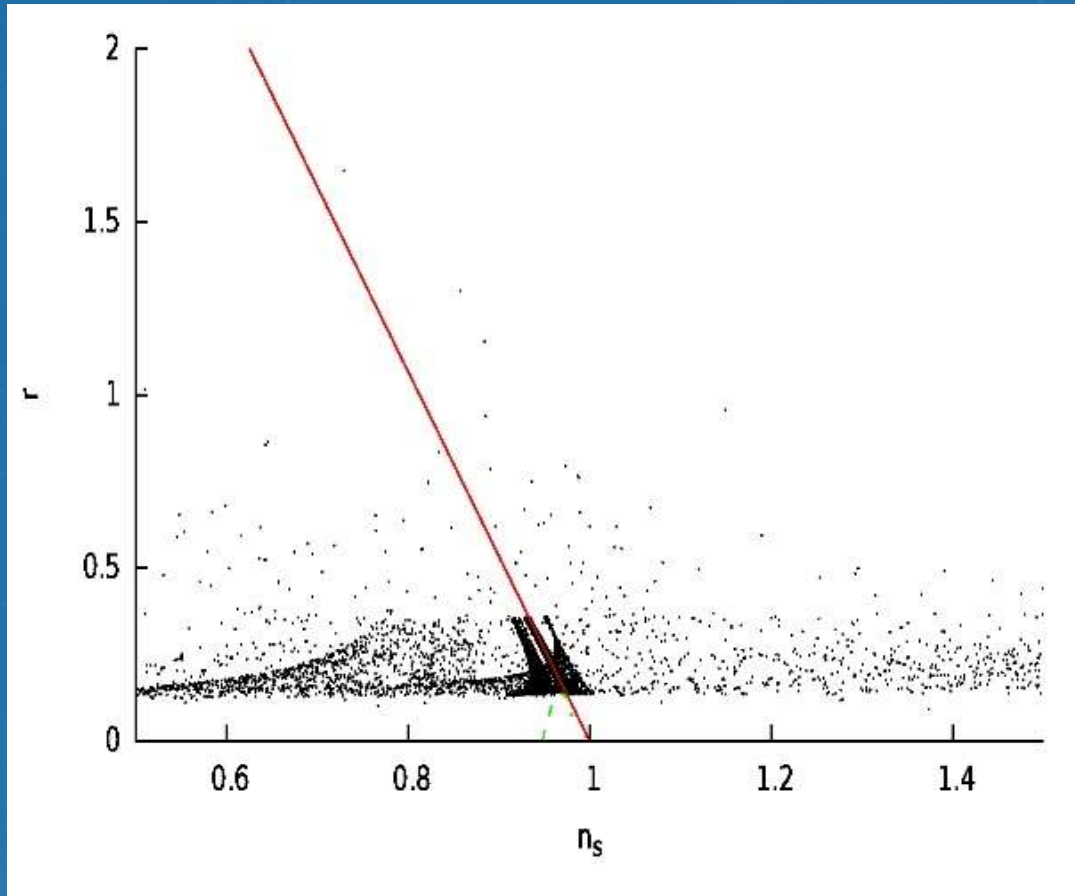
$$N = 85$$

$$\kappa = 5$$

$$x(\tau) = C_1 e^{\frac{4\tau}{\kappa\sqrt{3}}}$$

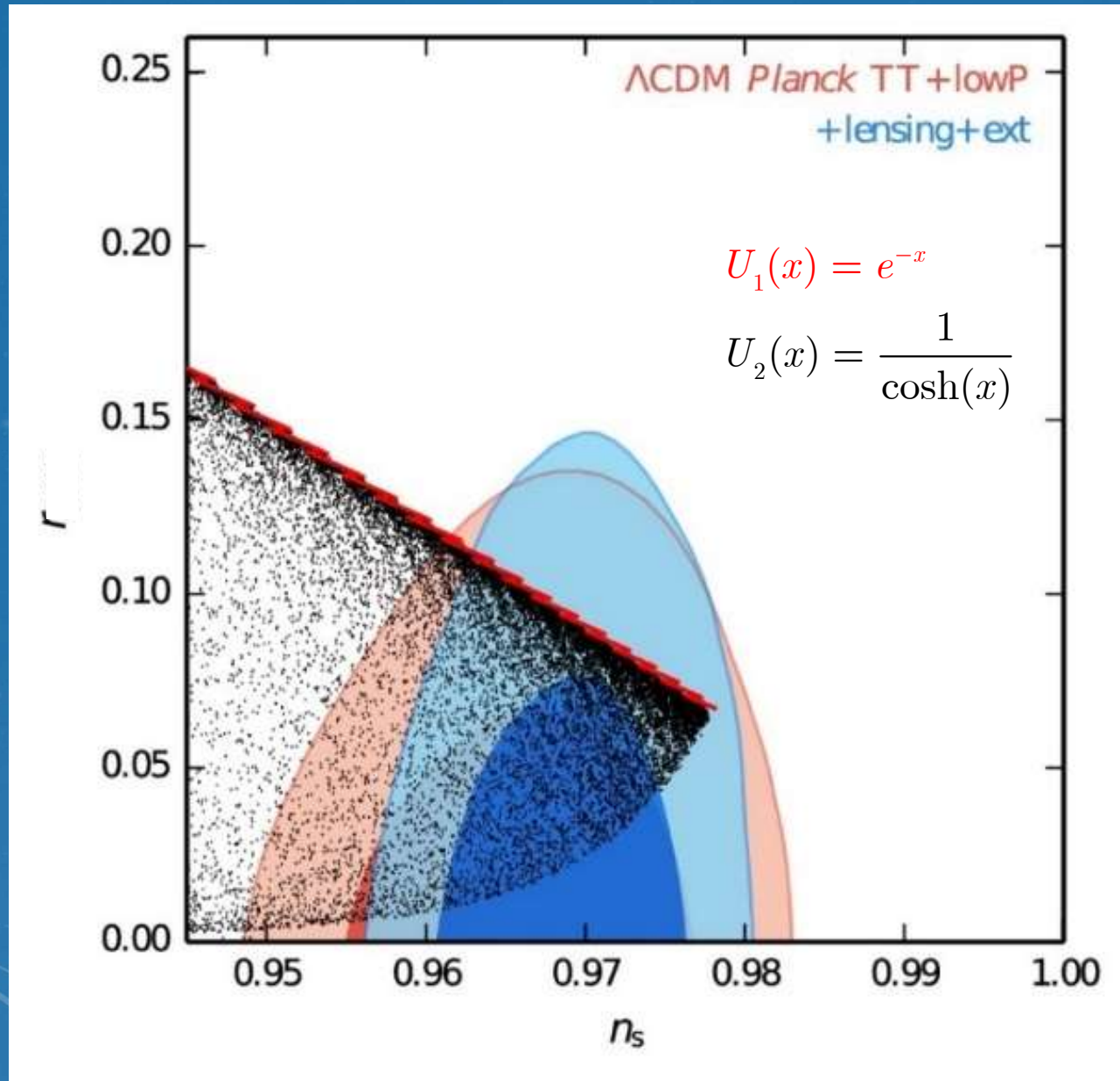
$$\epsilon_1(\tau) = \epsilon_2(\tau) = \frac{8C_1^2}{\kappa^2} e^{\frac{8\tau}{\kappa\sqrt{3}}}$$

POSMATRAČKI PARAMETRI (n_s, r) , $U(x) = \frac{1}{x^4}$



Originalni rezultati: numerički izračunate vrednosti posmatračkih parametara n_s i r u poređenju sa rezultatima Plank kolaboracije. Na slici levo prikazano je 70% izračunatih rezultata dok se na slici desno nalazi 35% ukupnog broja rezultata. Zelena isprekidana linija (levo) označava 2σ oblast Planck TT+lowP merenja. **Crvena puna linija** označava približnu relaciju $r = \frac{16}{3}(1 - n_s)$.

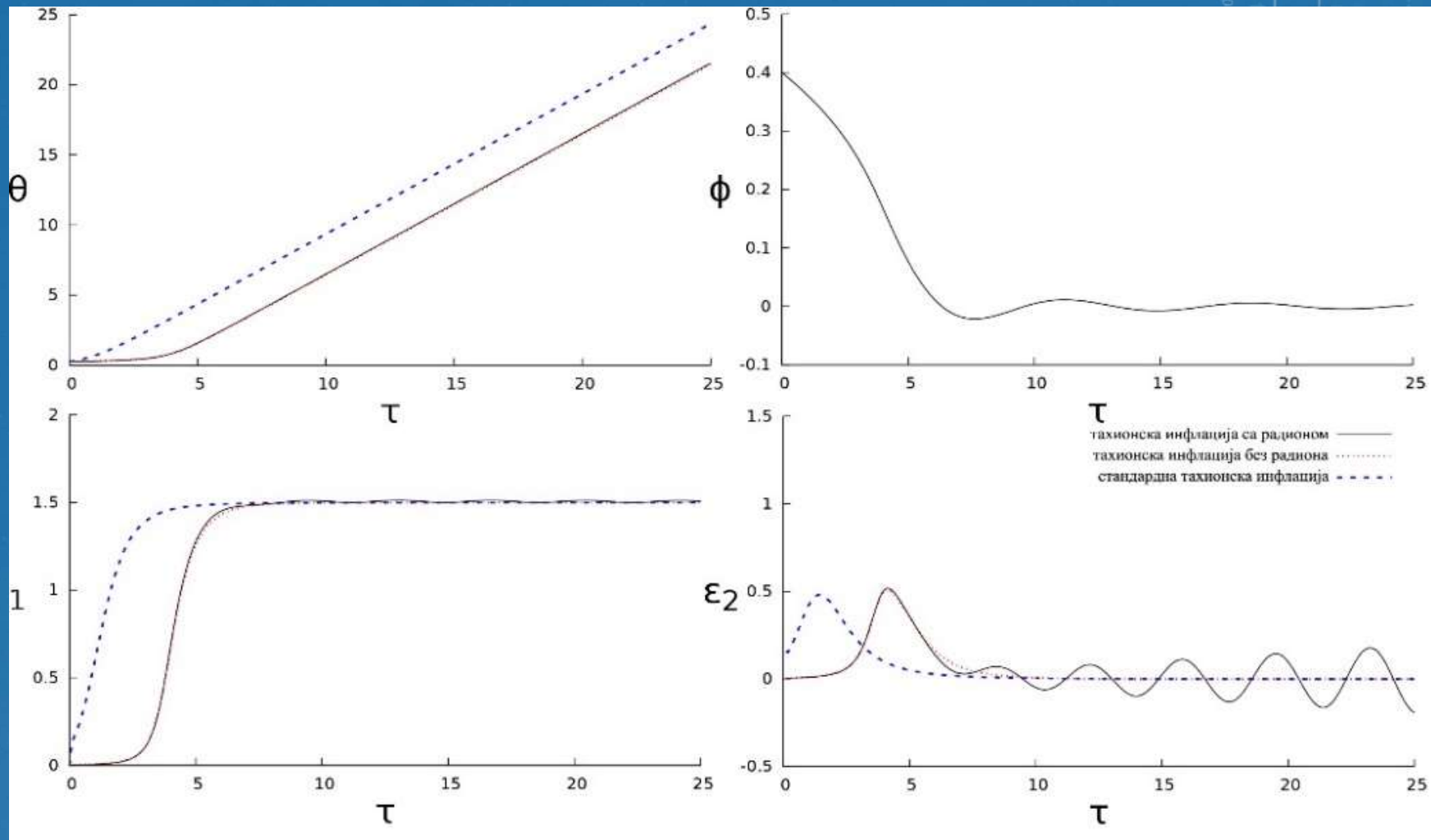
POSMATRAČKI PARAMETRI (n_s, r)



- Po 25000 parova slobodnih parametara u istom interval
 $45 \leq N \leq 120$
 $1 \leq \kappa \leq 25$
- U opsegu grafika nalazi se 64% rezultata za U_1 i 72% rezultata za U_2 . Najbolji rezultati za U_2 dobijeni su za

$$N \geq 85$$
$$15 \leq \kappa \leq 25$$

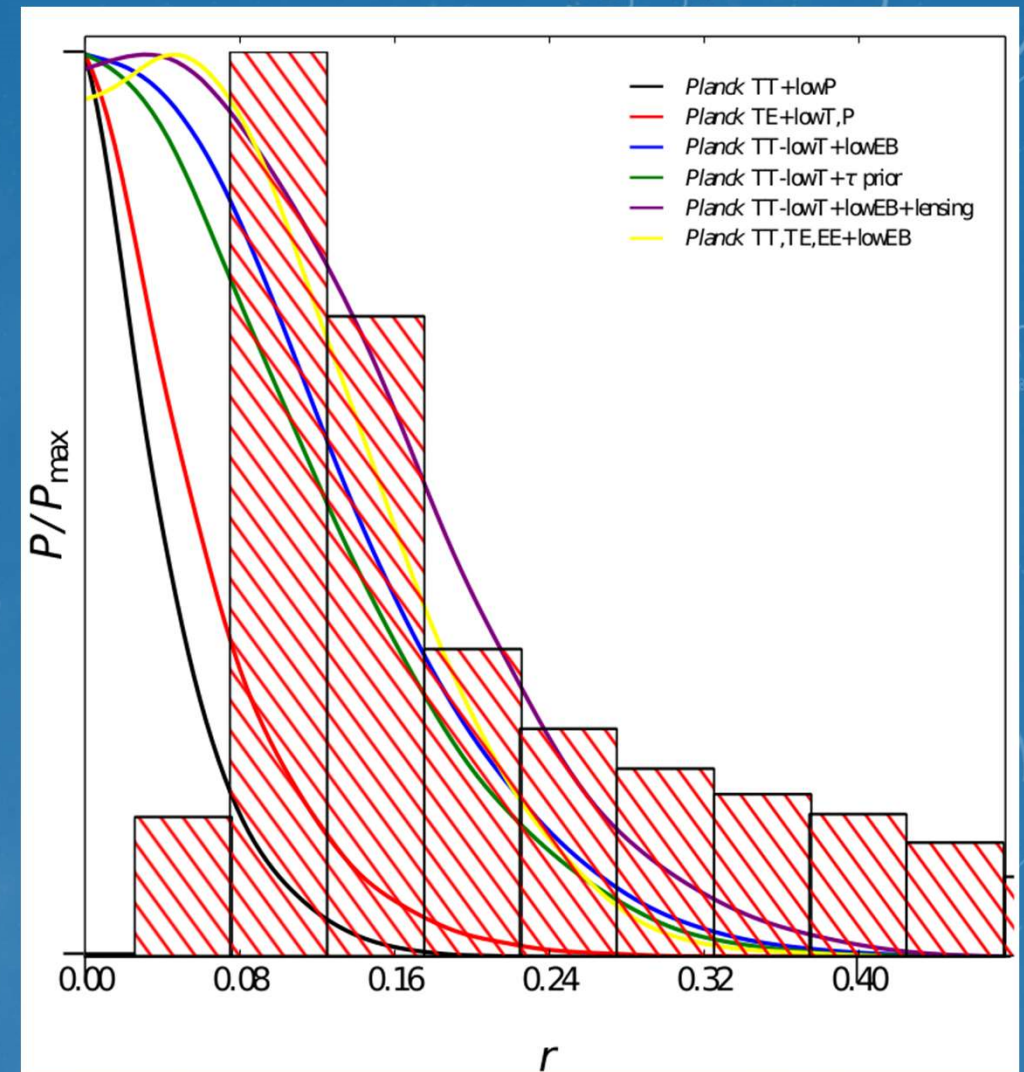
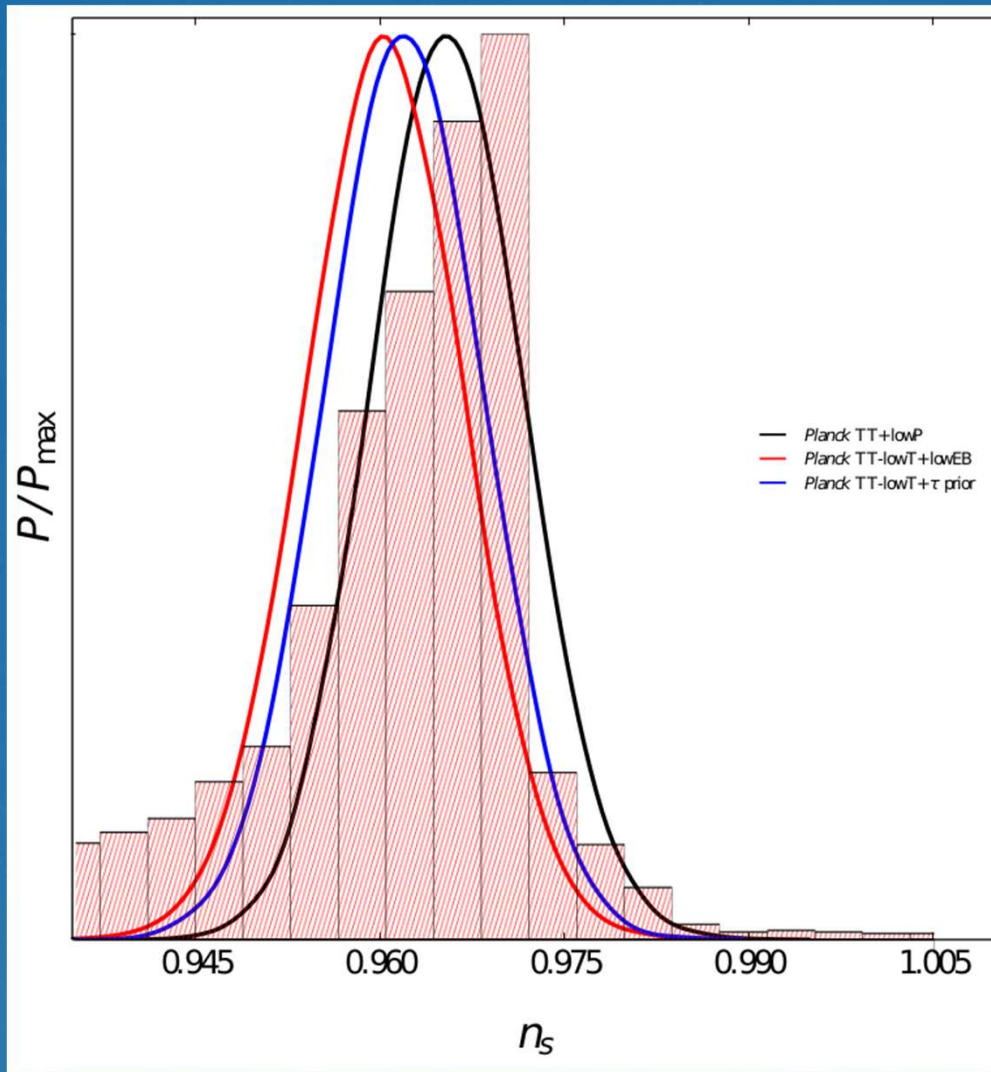
DINAMIKA POLJA U RSII MODELU



- Vremenska evolucija polja i Hablovih hijerarhijskih parametara

$$\kappa = 2, \theta_0 = 0,25, \phi_0 = 0,4, \pi_{\phi_0} = \pi_{\theta_0} = 0$$

POSMATRAČKI PARAMETRI (n_s, r)



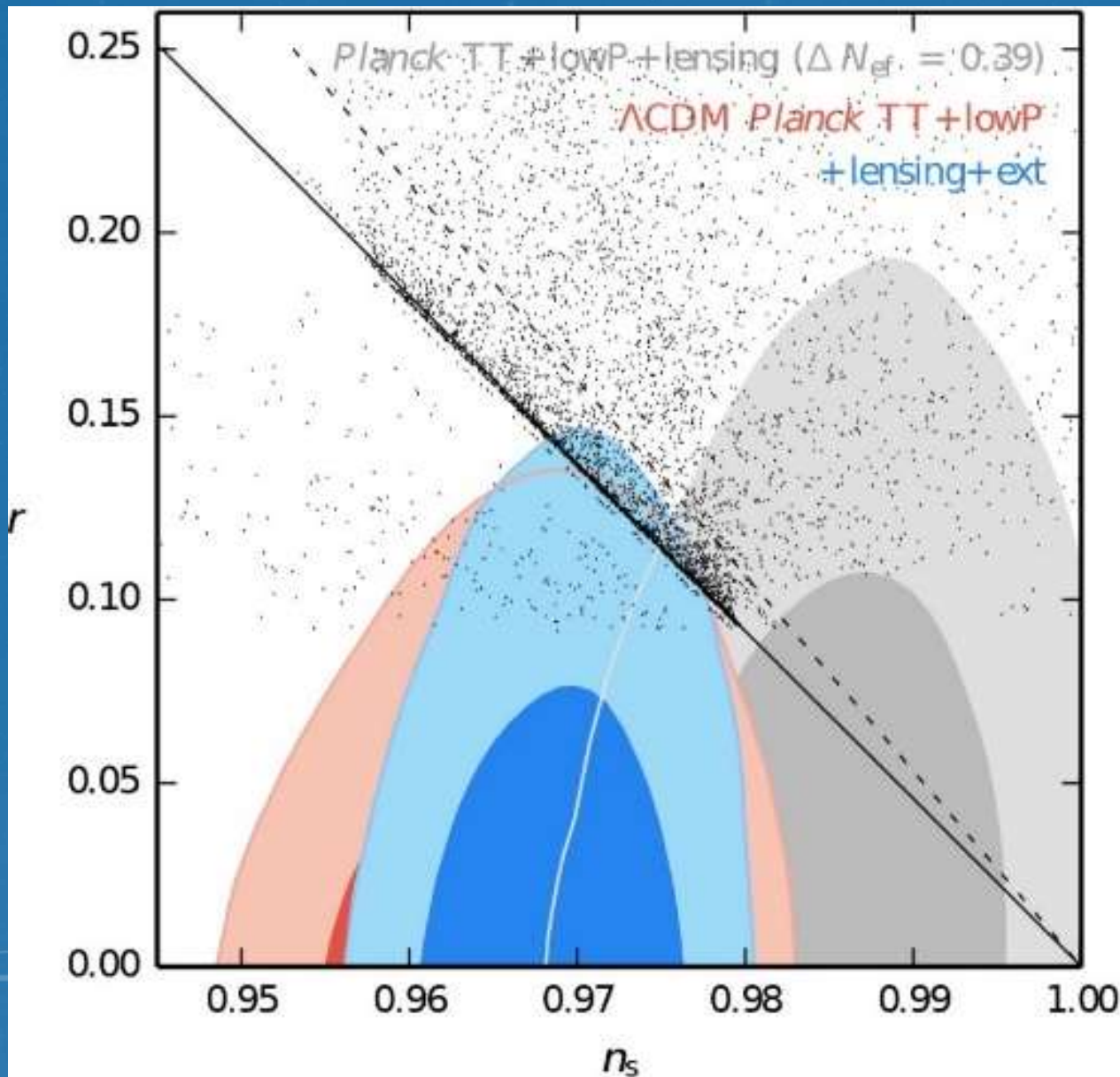
$$60 \leq N \leq 120$$

25000 parova, slobodni parametri

$$1 \leq \kappa \leq 12$$

$$0 \leq \phi_0 \leq 0,5$$

POSMATRAČKI PARAMETRI (n_s, r)



- 25000 parova, slobodni parametri:

$$60 \leq N \leq 120$$

$$1 \leq \kappa \leq 12$$

$$0 \leq \phi_0 \leq 0,5$$

- Približne relacije:

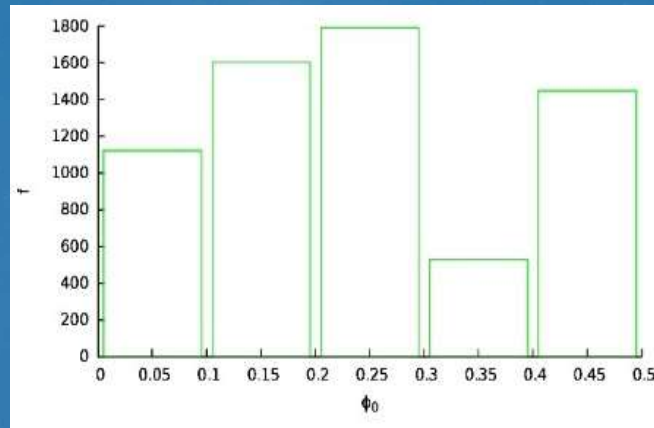
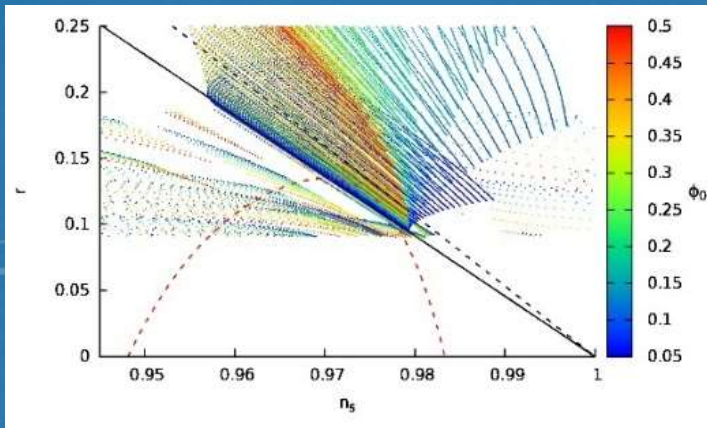
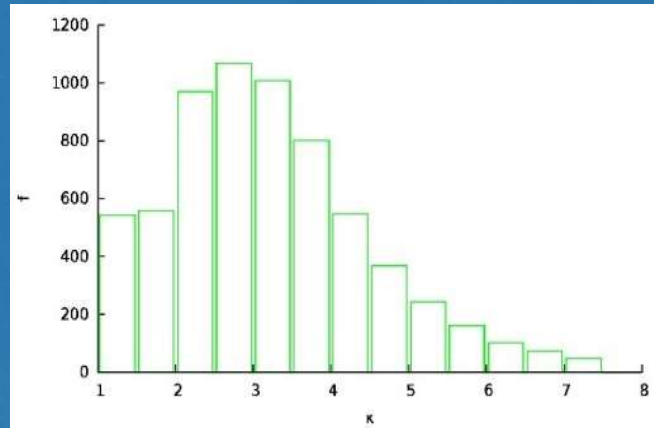
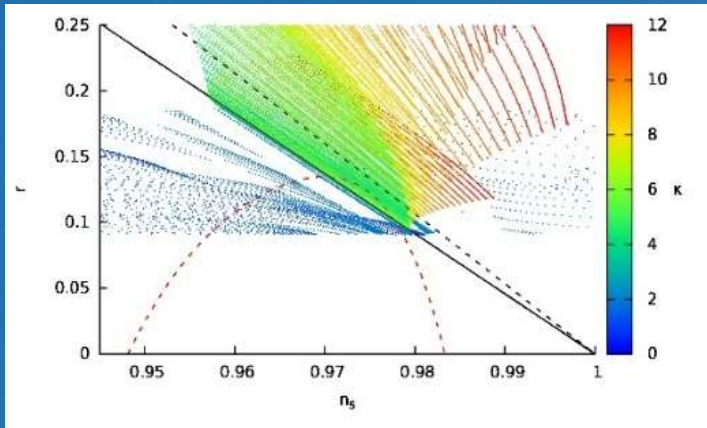
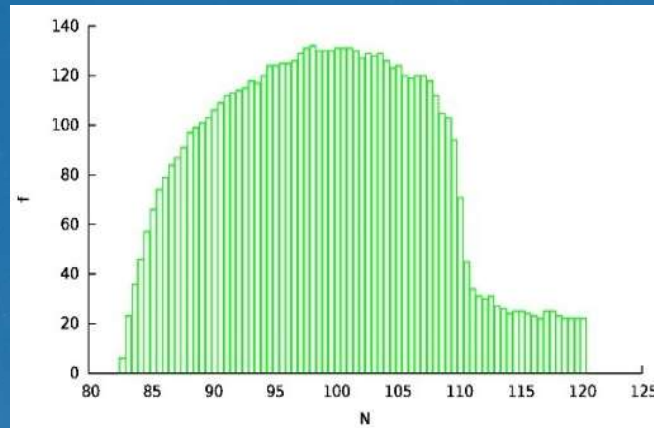
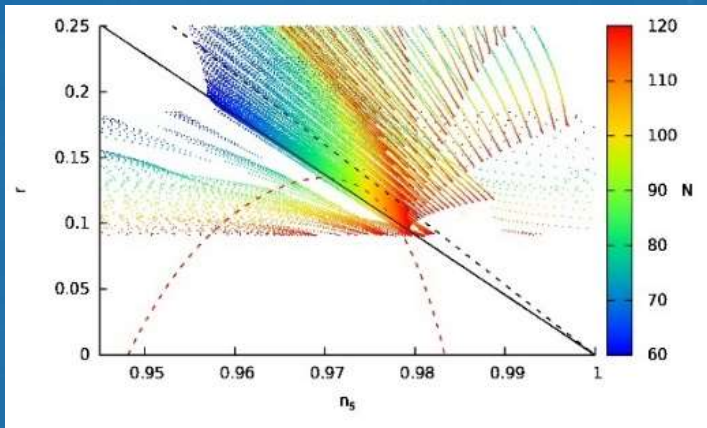
- RS model

$$r = \frac{32}{7}(1 - n_s)$$

- Tahionski model (FRW)

$$r = \frac{16}{3}(1 - n_s)$$

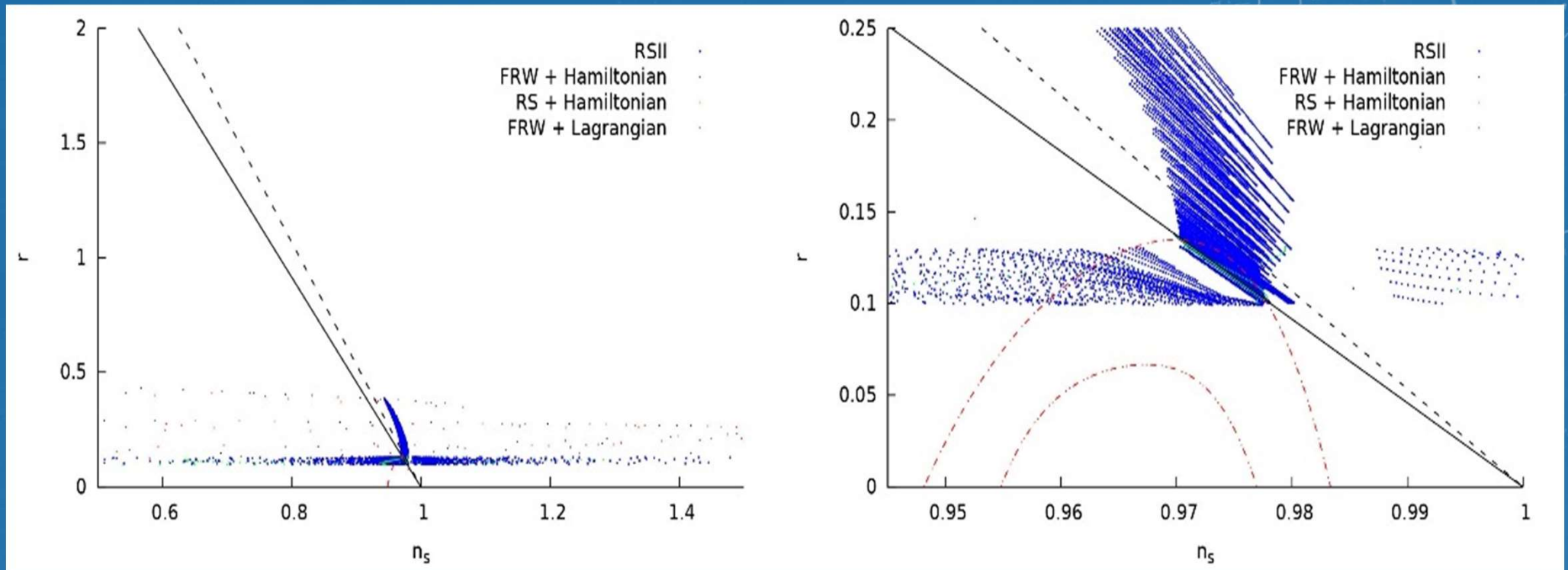
ZAVISNOST VREDNOSTI (n_s, r) OD N, κ, ϕ_0



$60 \leq N \leq 120, \Delta N = 0,5$
 $1 \leq \kappa \leq 12, \Delta \kappa = 0,5$
 $0 \leq \phi_0 \leq 0,5, \Delta \phi_0 = 0.05$

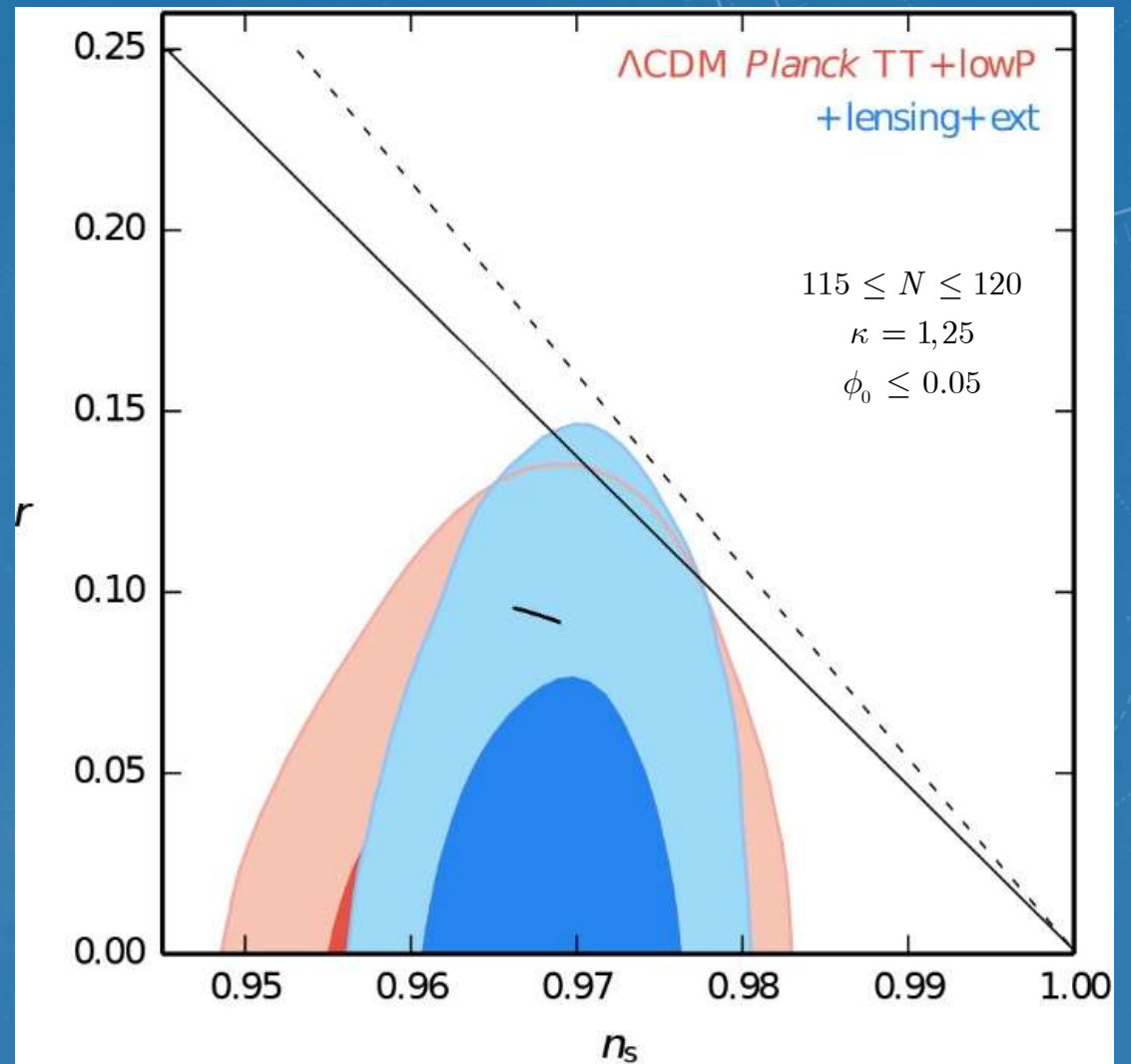
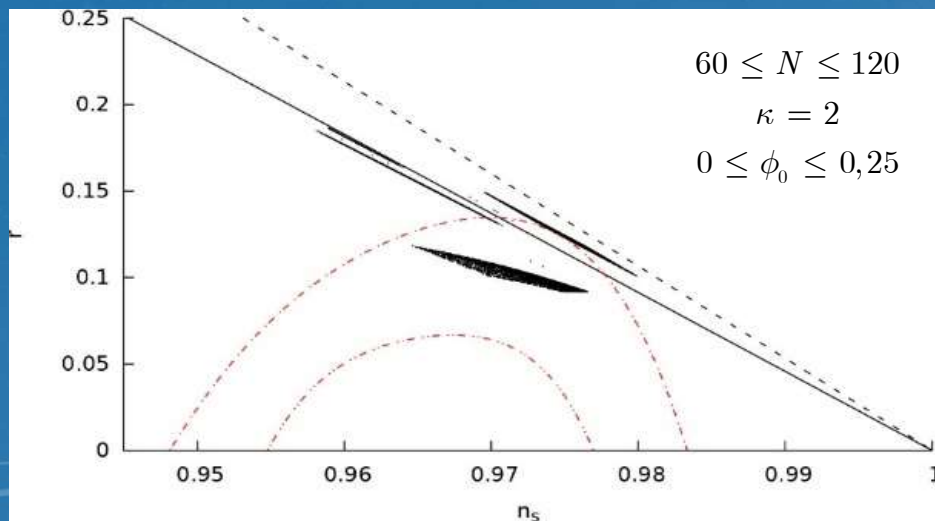
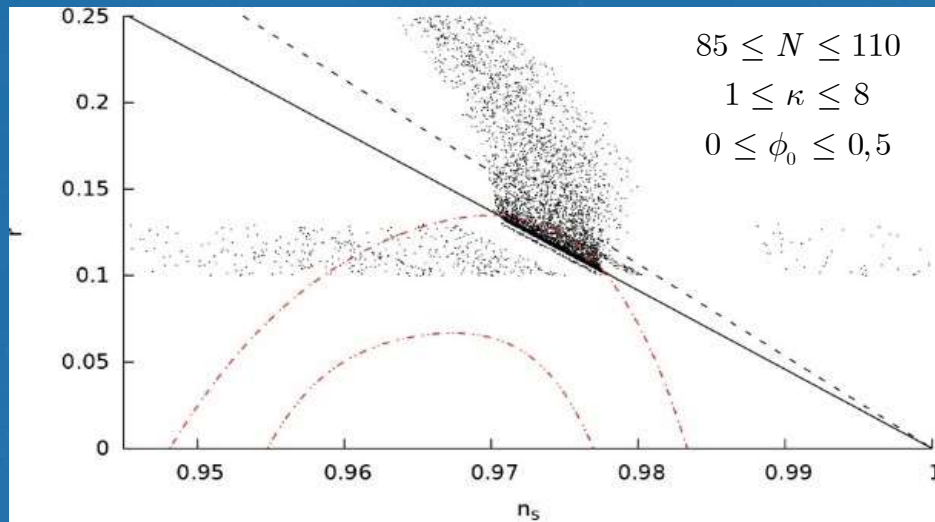
- 65% unutar na grafiku,
12% unutar 2σ

POSMATRAČKI PARAMETRI (n_s, r)



- Izračunate vrednosti parametara su za RSII model sa radionom (plavo), tahionskim potencijalom u RSII kosmologiji (zeleno) i tahionskim potencijalom u kosmologiji sa standardnom Fridmanovom jednačinom (crno)

NAJBOLJE SLAGANJE (n_s, r) I MERENJA



ZAKLJUČAK

- Istraživanja su motivisana pre svega RSII modelom i razmatrana je uloga tahionskog polja u kosmološkoj inflaciji u standardnoj kosmologiji i u okviru RS modela.
- ***Osnovni cilj istraživanja*** - izračunavanje posmatračkih parametara inflacije za RSII model i njihovo upoređivanje sa rezultatima posmatranja.

ZAKLJUČAK

- **Rezultat** – očigledno dodatni član koji se za RSII model javlja u Fridmanovoj jednačini ima **značajan pozitivan efekat na vrednost posmatračkih parametara** i doprinosi da su dobijene vrednosti znatno bliže izmerenim vrednostima.
- **Treba naglasiti:** razmatrani model, za razliku od većine drugih inflatornih modela u literaturi u kojima su potencijal i parametri proizvoljno izabrani na način da rezultati što bolje odgovaraju posmatranjima, zasnovan na fundamentalnoj dinamici brana koja je opisana potencijalom sa **samo jednim slobodnim parametrom**.

ZAKLJUČAK

- Mogućnost za *istraživanja složenijih modela*. Proširivanje modela drugim efektima, npr. prisustvo materije u prostoru između brana, vodi ka drugim oblicima (tahionskog) potencijala i potpuno drugačijim efektima i rezultatima.
- *Softverska rešenja* koja su razvijena tokom izrade ove disertacije mogu se na relativno lak način izmeniti i dopuniti za primenu na drugim kosmološkim modelima, bez obzira da li su to modeli za standardnu inflaciju sa jednim skalarnim poljem, za inflaciju sa tahionskim poljem, kosmologiju sveta na brani, ili pak neki modeli zasnovani na modifikovanoj teoriji gravitacije i slično.

SEENET-MTP School and Workshop **BSW2018** SCHOOL ON **HIGH ENERGY AND PARTICLE** **PHYSICS: THEORY AND PHENOMENOLOGY**

5th School in the CERN –SEENET-MTP PhD Training Program

3 - 10 June, 2018, Niš, Serbia

15th Anniversary of the SEENET-MTP Network

Prijave do
20. aprila

Lecturers

Paolo Creminelli (ICTP)
Emilian Dudas (CPHT Paris)
Gia Dvali (LMU-MPI Munich/NYU New York)
Kyriakos Papadodimas (CERN)
Sergey Sibiryakov* (CERN)
Giovanni Villadoro (ICTP)

Guest Lecturers:

Alexei Starobinsky (Landau Institute for TP, Moscow)

Organizers:

Faculty of Sciences and Mathematics
University of Niš, Serbia
Faculty of Mathematics and Natural Sciences
University of Craiova, Romania
SEENET-MTP Centre Niš

Codirectors:

I. Antoniadis (Bern, Switzerland/Paris, France),
P. Creminelli (ICTP),
G. Djordjevic (Niš, Serbia),
G. Dvali (LMU/MPI, Germany),
A. Morozov (ITEP, Russia),
A. Vikman (Prague, Czech Republic)

<http://bs2018.seenet-mtp.info>
<http://phd.seenet-mtp.info>

Followed by Balkan Workshop
<http://bw2018.seenet-mtp.info>



www.seenet.mtp.info
office@seenet-mtp.info

* To Be Confirmed

<http://bsw2018.seenet-mtp.info>

15th Anniversary of the SEENET-MTP Network

SEENET-MTP WORKSHOP BW2018

Field Theory and the Early Universe

10 - 14 June, 2018, Niš, Serbia

Codirectors

- *I. Antoniadis (Bern, Switzerland/Paris, France)*
- *P. Creminelli (ICTP)*
- *G. Djordjevic (Niš, Serbia)*
- *G. Dvali (LMU/MPI, Germany)*
- *A. Morozov (ITEP, Russia)*
- *A. Vikman (Prague, Czech Republic)*

Lecturers



Local Organizing Committee

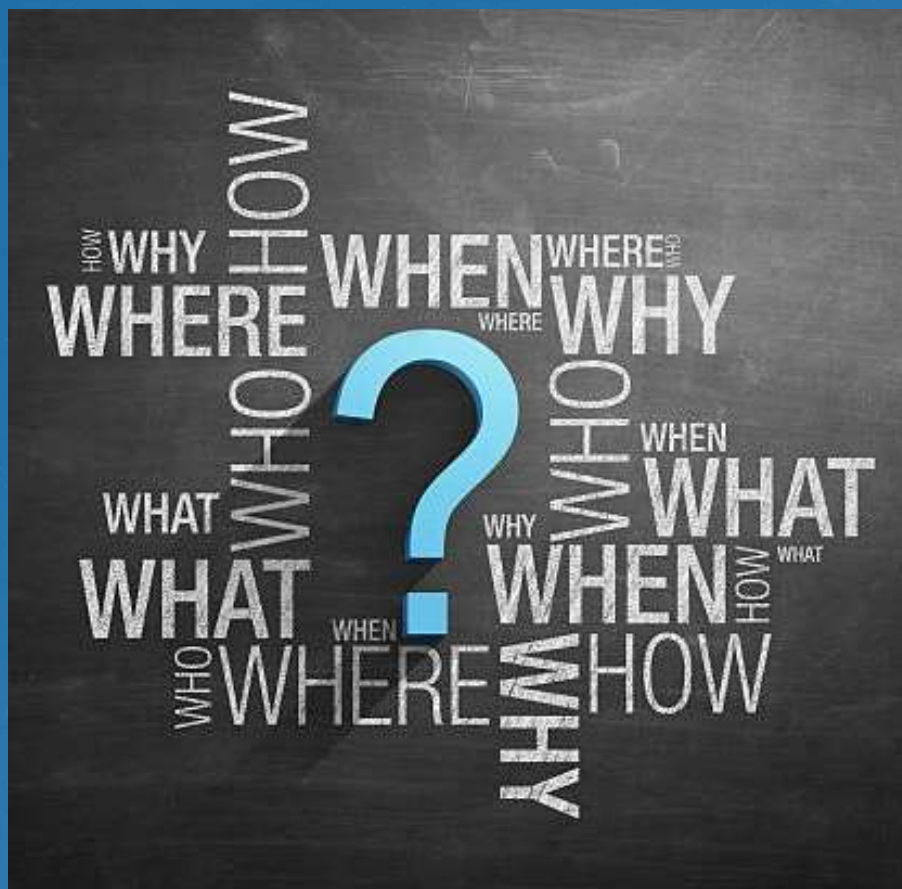
- J. Aleksić
- R. Constantinescu (co-chairman)
- D. Delibašić
- D. Dimitrijević (co-chairman)
- M. Milošević
- Lj. Nešić
- J. Stanković
- M. Stojanović



bw2018.seenet-mtp.info
www.seenet-mtp.info
office@seenet-mtp.info

Precede by Balkan School BS2018 <http://bs2018.seenet-mtp.info>

HVALA !



Milan Milošević

Departman za fiziku
Prirodno-matematički fakultet
Univerzitet u Nišu

mmilan@seenet-mtp.info

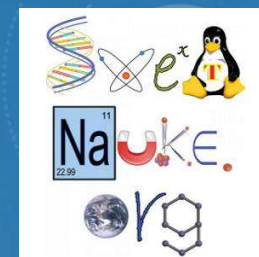
www.mmilan.com

www.svetnauke.org

facebook.com/mmilan

linkedin.com/in/mmilann/

<http://www.seenet-mtp.info>



Finansiranje istraživanja:

SEENET-MTP - ICTP projekti PRJ-09 i NT-03, projekat MPNTR OI 176021

NAJVAŽNIJE REFERENCE

- N. Bilic, G.B. Tupper, *AdS braneworld with backreaction*, Cent. Eur. J. Phys. 12 (2014) 147–159.
- D. Steer, F. Vernizzi, *Tachyon inflation: Tests and comparison with single scalar field inflation*, Phys. Rev. D. 70 (2004) 43527.
- P.A.R. Ade, N. Aghanim, M. Arnaud, F. Arroja, M. Ashdown, J. Aumont, et al., *Planck 2015 results: XX. Constraints on inflation*, Astron. Astrophys. 594 (2016) A20.
- L. Randall, R. Sundrum, *Large Mass Hierarchy from a Small Extra Dimension*, Physical Review Letters. 83 (1999) 3370–3373; L. Randall, R. Sundrum, *An Alternative to Compactification*, Physical Review Letters. 83 (1999) 4690–4693.
- N. Bilic, D.D. Dimitrijevic, G.S. Djordjevic, M. Milosevic, *Tachyon inflation in an AdS braneworld with back-reaction*, International Journal of Modern Physics A. 32 (2017) 1750039.
- M. Milosevic, D.D. Dimitrijevic, G.S. Djordjevic, M.D. Stojanovic, *Dynamics of tachyon fields and inflation - comparison of analytical and numerical results with observation*, Serbian Astronomical Journal. 192 (2016) 1–8.
- M. Milosevic, G.S. Djordjevic, *Tachyonic Inflation on (non-)Archimedean Spaces*, Facta Universitatis (Niš) Series: Physics, Chemistry and Technology. 14 (2016) 257–274.
- N. Bilic, D.D. Dimitrijevic, G.S. Djordjevic, M. Milosevic, M. Stojanovic, *Dynamics of tachyon fields and inflation: Analytical vs numerical solutions*, AIP Vol 1722 No 1 (2016) 50002.
- G.S. Djordjevic, D.D. Dimitrijevic, M. Milosevic, *On Canonical Transformation and Tachyon-Like "Particles" in Inflationary Cosmology*, Romanian Journal of Physics. 61 (2016) 99–109.
- D.D. Dimitrijevic, G.S. Djordjevic, M. Milosevic, *Classicalization and quantization of tachyon-like matter on (non)archimedean spaces*, Romanian Reports in Physics. 68 (2016) 5–18.